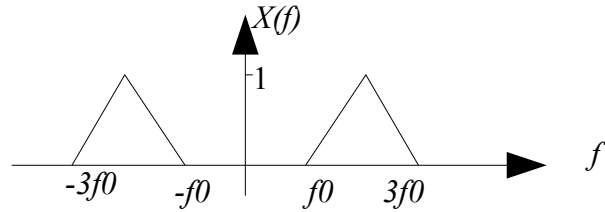


IN41 - final

Sans document durée 2h
Lisez l'annonce et justifiez vos réponses

1. Echantillonnage (6)

On considère le signal analogique $x(t)$ dont le module du spectre donné par la figure ci-contre



1. A quelle fréquence minimum doit-on échantillonner ce signal ?
2. Pour cette fréquence d'échantillonnage noté f_e , représenter le spectre du signal échantillonné pour $0 \leq f < f_e$.
3. Maintenant $x(t) = e^{4j\pi f_0 t}$ la fréquence d'échantillonnage précédente est conservée.

On suppose qu'après échantillonnage le signal est reconstruit par filtrage passe bas idéal. Donner l'expression du signal reconstruit

4. Même question pour le signal $x(t) = e^{8j\pi f_0 t}$

2. Etude d'un filtre (9)



Chaque échantillon de sortie $y(n)$ est calculé par la relation suivante :

$$y(n) = \frac{1}{4} (x(n) - 2 \cdot x(n-1) + x(n-2))$$

1. Représentez graphiquement les coefficients $h(n)$ de la réponse impulsionnelle $\{h(n)\}$ du filtre en fonction de n (on se limitera aux 5 premiers coefficients)
2. Donnez l'expression de la transmittance en Z, $T(z)$, définie par $T(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$ où $Y(z)$ et $X(z)$ désignent respectivement les transformées en Z des signaux discrets $\{y(n)\}$ et $\{x(n)\}$.
3. Donnez l'expression de la transmittance complexe $H(f)$ définie par $H(f) = \frac{Y(f)}{X(f)}$, où $Y(f)$ et $X(f)$ désignent respectivement les transformées de Fourier des signaux discrets $\{y(n)\}$ et $\{x(n)\}$.
4. Mettez l'expression précédente sous la forme : $H(f) = |H(f)| e^{j\varphi(f)}$ et représentez le module de cette fonction de transfert complexe.
5. De quel type de filtre s'agit-il ?

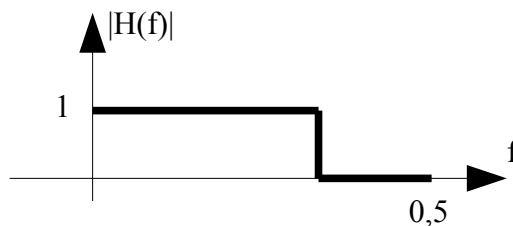
3. Synthèse d'un filtre par TFD inverse (6)

On souhaite réaliser un filtre passe bas RIF avec N échantillons par TFD inverse avec comme fréquence de coupure la fréquence normalisée $f = 3/8$.

On rappelle que les coefficients de la TFD et TFD inverse sont reliés par les relations suivantes

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-2j\pi \frac{nk}{N}} \quad \text{et} \quad x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{2j\pi \frac{nk}{N}}$$

Filtre souhaité pour $0 \leq f < 0,5$



On prend $N = 4$

1. Donner les coefficients $X(k)$
2. Donner les coefficients $x(n)$
3. Donnez la réponse fréquentielle $\hat{H}(f)$ du filtre réalisé