

Examen final de MT11

Durée : 2 Heures

Aucun document – pas de calculatrice

La notation tiendra compte du soin et de l'écriture

Exercice I (5 points)

Résoudre : $\text{Arcsin } 2x - \text{Arcsin } x\sqrt{3} = \text{Arcsin } x$

Calculer les dérivées des fonctions définies par : $\text{Argsh}(3x + 4x^3)$ et $\text{Argth}\left(\tan \frac{x}{2}\right)$

Exercice II (3 points)

Trouver λ pour que $x^3 + 3x + \lambda$ ait un zéro double. En déduire une factorisation du polynôme trouvé.

Exercice III (5 points)

Décomposer en éléments simples sur \mathbb{R} :

$$F(x) = \frac{1}{x^3 + 1} \quad \text{et} \quad G(x) = \frac{x-1}{(x+1)^2(x+2)(x^2+1)}$$

Exercice IV (7 points)

$$1^\circ) A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad B = A - I_3; \quad \text{calculer } B^n \text{ puis } A^n \text{ pour } n \in \mathbb{N}$$

2°) Soit $E = \left\{ \begin{bmatrix} x+y & 4y \\ -y & x-y \end{bmatrix}; (x, y) \in \mathbb{R}^2 \right\}$. Montrer que E muni de l'addition et de la multiplication matricielles a une structure de corps.