

Date :

U.V :

Semestre : AUTOMNE

PRINTEMPS

Examen : Médian

Final

NOM : _____ Prénom : _____ Né(e) le : _____

DEPARTEMENT :

NIVEAU : _____ FILIERE : _____

Le sujet se compose de 3 exercices totalement indépendants.



Signature :

N'omettez pas
de signer votre copie

Durée de l'épreuve : 2 heures
Calculatrice autorisée

Exercice n° 1

Soit un repère orthonormé direct $[O; (\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})]$.

On considère dans ce repère, où les longueurs sont exprimées en m et les efforts en kN, les efforts \vec{F}_i associés aux points A_i tels que :

$$\vec{F}_1 = 30 \bar{x}$$

$$\vec{F}_2 = -50 \bar{z}$$

$$\vec{F}_3 = 10 \bar{z}$$

$$\vec{F}_4 = -F \sin(\theta) \bar{x} + F \cos(\theta) \bar{z}$$

$$\vec{OA}_1 = 2 \bar{x} + 2 \bar{z}$$

$$\vec{OA}_2 = 2 \bar{x}$$

$$\vec{OA}_3 = 2 \bar{x} + 2 \bar{y}$$

$$\vec{OA}_4 = 2 \bar{y} + 2 \bar{z}$$

Etude du torseur $\{\tau\} = \{ \vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4 \}$

1 - Calculer les éléments de réduction en O du torseur $\{\tau\}$

$$\vec{s}\{\tau\} =$$

1

$$\vec{M}_O\{\tau\} =$$

1,5

2 - Calculer l'invariant scalaire I de $\{\tau\}$

I =

1

3- On souhaite que le torseur $\{\tau\}$ soit un torseur couple.

31- Condition à satisfaire

--	--

0,5

32- Calculer F, $\sin(\theta)$ et $\cos(\theta)$

F =	kN	$\sin(\theta) =$	$\cos(\theta) =$
-----	----	------------------	------------------

1

1

1

33- Calculer le moment résultant de ce torseur

$\vec{M}_O\{\tau\} =$

0,5

- 4 - On donne $\theta = \pi/4$. On souhaite que le torseur $\{\tau\}$ soit un torseur à résultante.
 41- Condition à satisfaire

	1
--	---

- 42- Calculer F pour que $\{\tau\}$ soit un torseur à résultante

F =	kN	0,5
-----	----	-----

- 43- Calculer les éléments de réduction de $\{\tau\}$

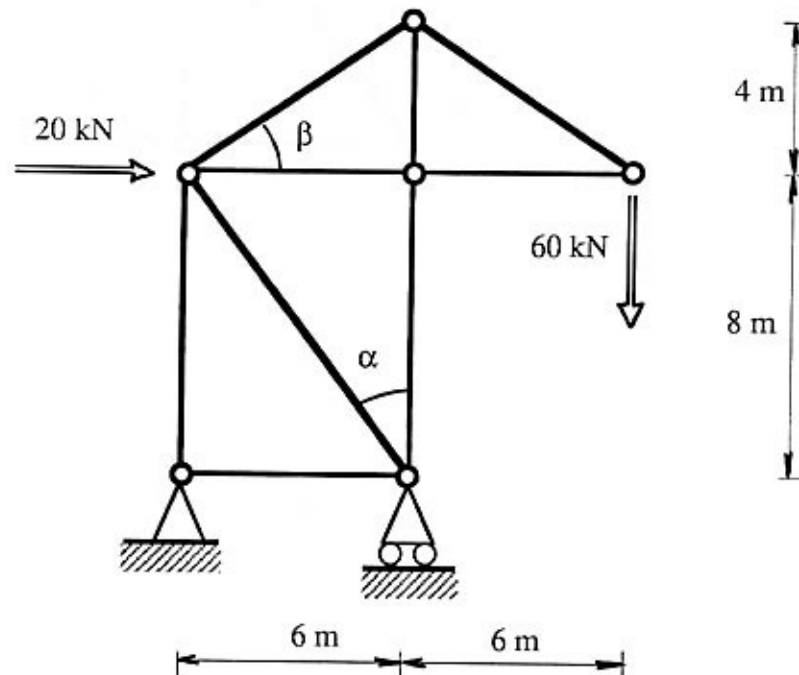
$\vec{s}\{\tau\} =$	$\vec{M}_O\{\tau\} =$	0,5
		0,5

Exercice n°2

On considère le treillis plan avec porte-à-faux représenté ci-dessous.

Hypothèses et notations :

- les articulations sont sans frottement
- le poids propre des éléments est négligeable devant le chargement appliqué
- on note N_i les efforts normaux dans les barres avec :
 $N_i > 0$ (traction) et $N_i < 0$ (compression)



1- Calculer les lignes trigonométriques des angles α et β .

$\tan \alpha =$	$\sin \alpha =$	$\cos \alpha =$
-----------------	-----------------	-----------------

$\tan \beta =$	$\sin \beta =$	$\cos \beta =$
----------------	----------------	----------------

0,5

0,5

0,5

0,5

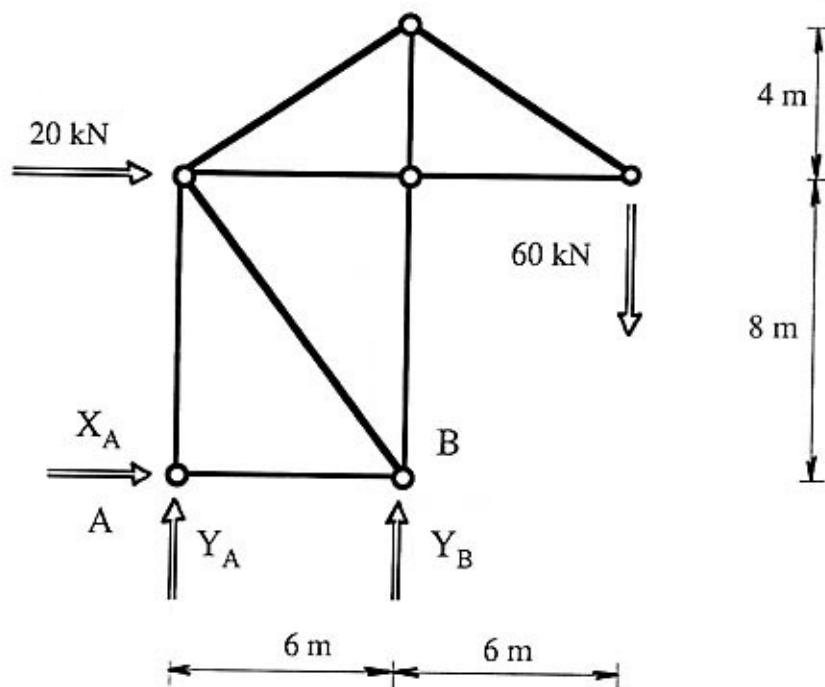
0,5

0,5

2- Calculer les actions de liaison avec le sol en A et en B

On notera :

$$\{\text{Sol} \rightarrow \text{Trellis}\} = {}_A \{X_A \vec{x} + Y_A \vec{y}; \vec{0}\} \text{ et } \{\text{Sol} \rightarrow \text{Trellis}\} = {}_B \{Y_B \vec{y}; \vec{0}\}$$



Ecrire les trois équations d'équilibre du treillis.
On écrira l'équation de moment au **point A**

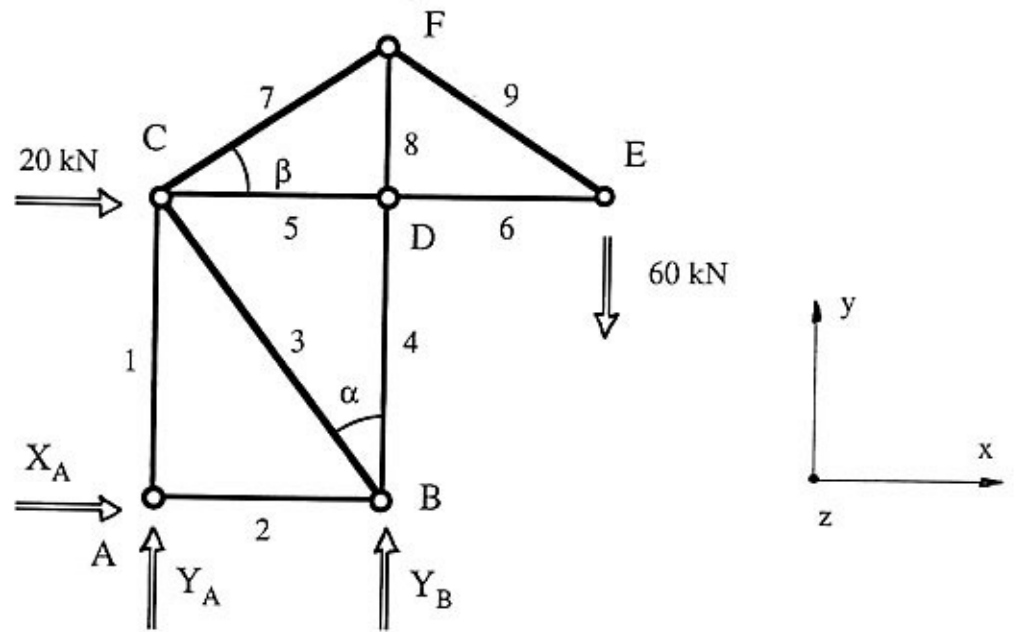
	= 0	0,5
	= 0	0,5
	= 0	0,5

$X_A =$	kN
---------	----

$Y_A =$	kN
---------	----

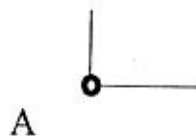
$Y_B =$	kN	1,5
---------	----	-----

3- Calculer les actions dans les barres par équilibre des noeuds.



On projettera les équations d'équilibre des noeuds dans la base (x, y, z)

Equations d'équilibre du noeud (A)



= 0

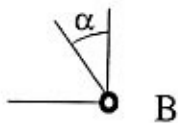
0,5

= 0

0,5

0,5

Equations d'équilibre du noeud (B)



= 0

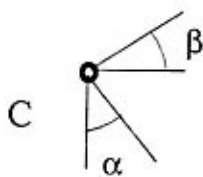
0,5

= 0

0,5

0,5

Equations d'équilibre du noeud (C)



= 0

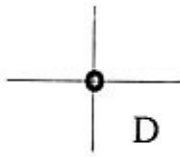
0,5

= 0

0,5

0,5

Equations d'équilibre du noeud (D)



	= 0
--	-----

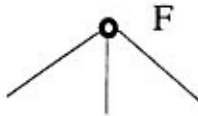
0,5

0,5

	= 0
--	-----

0,5

Equations d'équilibre du noeud (F)



	= 0
--	-----

0,5

0,5

Calculer les efforts N_i et indiquer si la barre est en traction ou compression

$N_1 =$	kN	T C
---------	----	--------

$N_2 =$	kN	T C
---------	----	--------

$N_3 =$	kN	T C
---------	----	--------

1,5

$N_4 =$	kN	T C
---------	----	--------

$N_5 =$	kN	T C
---------	----	--------

$N_6 =$	kN	T C
---------	----	--------

1,5

$N_7 =$	kN	T C
---------	----	--------

$N_8 =$	kN	T C
---------	----	--------

$N_9 =$	kN	T C
---------	----	--------

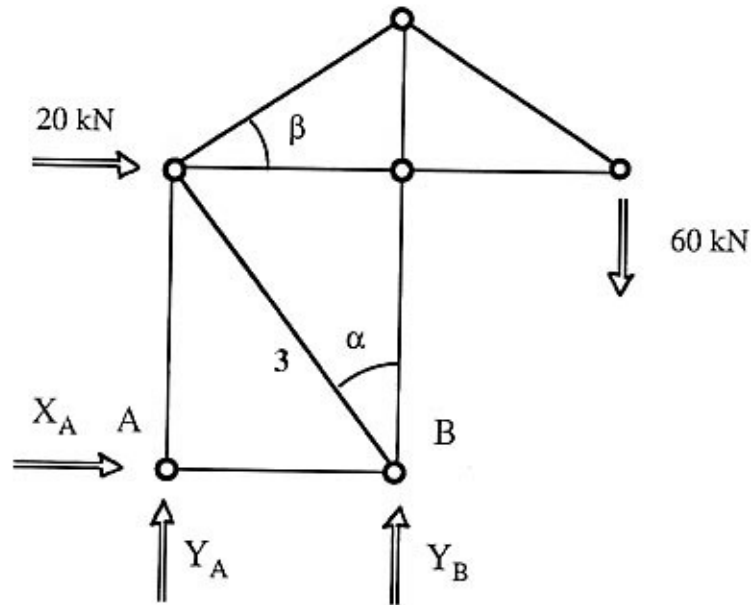
1,5

4- Calculer les actions dans les barres par **équilibre d'une partie du treillis**.

Pour chaque question :

- Dessiner sur la figure la coupure retenue pour le calcul
- Surligner les barres de l'ensemble ainsi isolé
- Préciser l'équation de la statique utilisée
- Ecrire cette équation
- Calculer l'effort N_i

41- Calcul de l'effort N_3 dans la barre 3



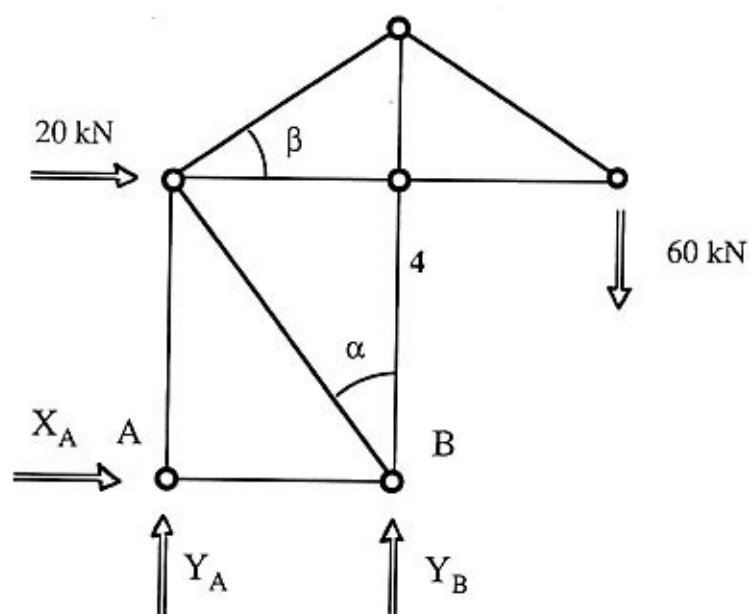
Equation utilisée

	0,5
--	-----

	= 0	0,5
--	-----	-----

$N_3 =$	kN	T	
		C	0,5

42- Calcul de l'effort N_4 dans la barre 4



Equation utilisée

	0,5
--	-----

	= 0	0,5
--	-----	-----

$N_4 =$	kN	T C	0,5
---------	----	--------	-----

Exercice n°3

On se propose d'étudier la structure plane représentée ci-dessous.

Elle est constituée de deux poutres (ABC) et (CD).

La poutre (ABC) est composée d'une partie rectiligne (AB) de longueur L et d'une partie circulaire (BC) de rayon $L/2$. Elle est encastree en A avec le bâti.

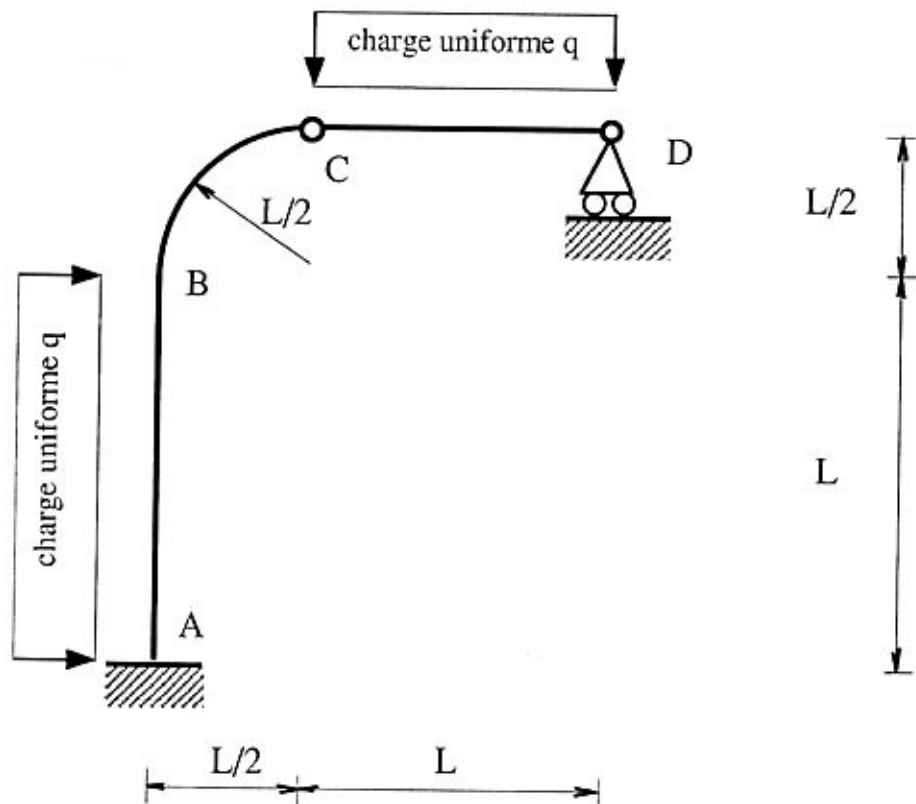
La poutre (CD) est rectiligne de longueur L . Elle est articulée en C avec la poutre (ABC) et en appui simple en D avec le bâti.

La poutre (ABC) est soumise à une charge uniforme q horizontale agissant sur (AB).

La poutre (CD) est soumise à une charge uniforme q verticale.

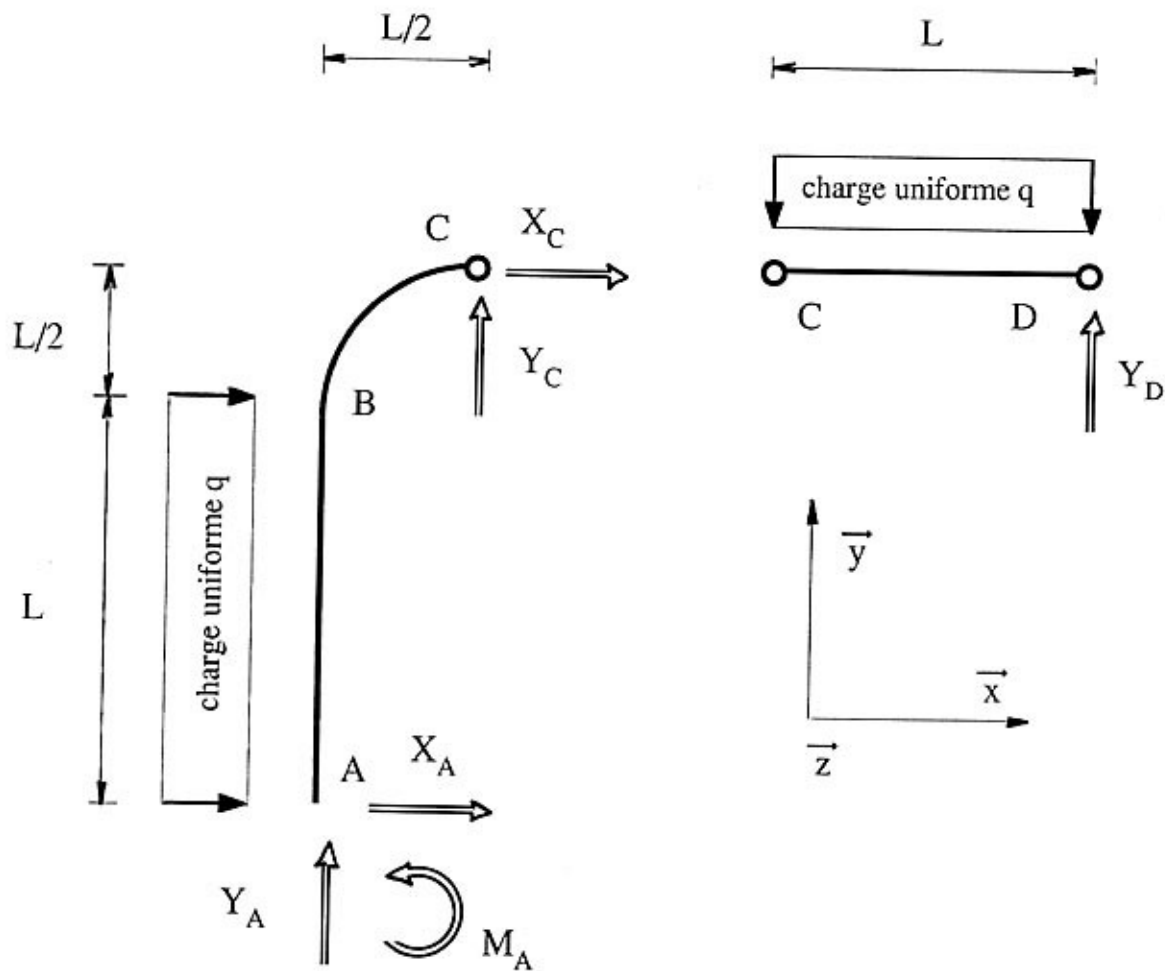
On n'envisage pas d'autre charge appliquée sur cette structure.

Toutes les liaisons sont parfaites.



1- Actions de liaisons

11- Compléter les schémas ci-dessous, traduisant l'équilibre de chacun des deux solides de la structure, en précisant les actions de liaisons.



0,5

12- Equilibre du solide (ABC)

Ecrire les trois équations d'équilibre du solide (ABC).
On écrira l'équation de moment au point A.

	$= 0$ $= 0$ $= 0$
--	---------------------------------

0,5

0,5

0,5

13- Equilibre du solide (CD)

Ecrire les trois équations d'équilibre du solide (CD).
On écrira l'équation de moment au point C.

	= 0
	= 0
	= 0

0,5

0,5

0,5

14- Calcul des composantes des actions de liaisons

Calculer littéralement puis numériquement les composantes des actions de liaisons
Avec : $L = 4 \text{ m}$ et $q = 2500 \text{ N/m}$

$X_A =$			kN
---------	--	--	----

$Y_A =$			kN
---------	--	--	----

$M_A =$			kNm
---------	--	--	-----

Littéral Numérique

$X_C =$			kN
---------	--	--	----

$Y_C =$			kN
---------	--	--	----

$Y_D =$			kN
---------	--	--	----

Littéral Numérique

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

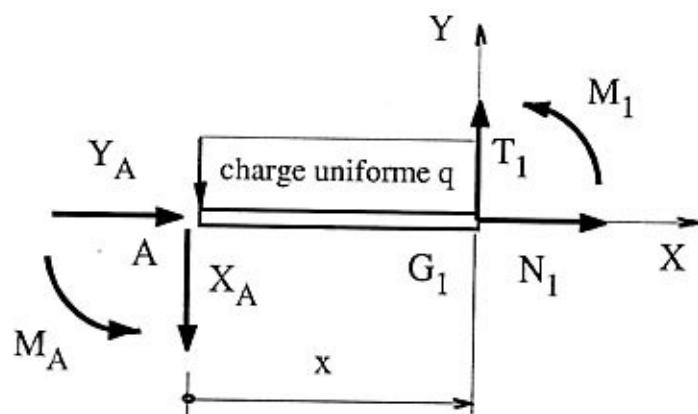
0,5

2- Torseur des forces de cohésion dans la poutre (ABC)

On effectue deux séries de coupures : (C_1) entre A et B et (C_2) entre B et C.

Calculer littéralement puis numériquement l'effort normal N_1 , l'effort tranchant T_1 et le moment fléchissant M_1 en G_1 (centre de la section droite de la poutre) :

- En G_1 , tel que $\overrightarrow{AG_1} = x \overrightarrow{X}$ avec $(0 \leq x \leq L)$



Littéral

$N_1 =$

0,5

$T_1 =$

0,5

$M_1 =$

0,5

Numérique

$N_1 =$ kN

0,5

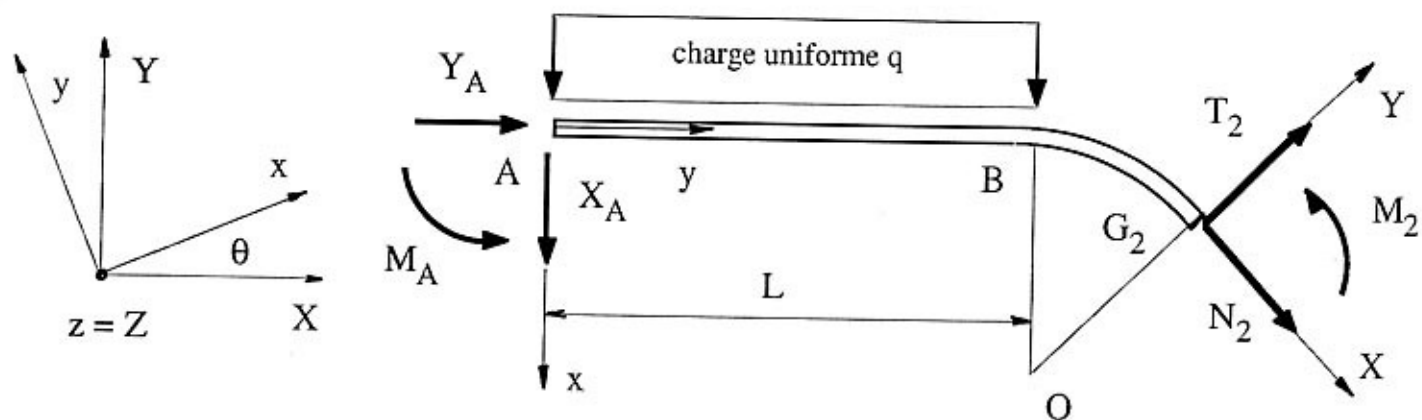
$T_1 =$ kN

0,5

$M_1 =$ kN.m

0,5

- En G_2 , tel que $-\pi/2 \leq \theta \leq 0$



Littéral

$$N_2 =$$

0,5

$$T_2 =$$

0,5

$$M_2 =$$

0,5

$$N_2 = \quad \text{kN}$$

$$T_2 = \quad \text{kN}$$

0,5

Numérique

$$M_2 = \quad \text{kN.m}$$

0,5

Tracer les diagrammes de l'effort normal N , de l'effort tranchant T et du moment fléchissant M

