BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE
STI ARTS APPLIQUÉS

MATHÉMATIQUES

SESSION 2009

Durée : 2 heures   Coefficient : 2

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Il sera tenu compte de la clarté des raisonnements et de la qualité de la rédaction dans l'appréciation des copies.

Calculatrice autorisée, conformément à la circulaire n°99- 186 du 16 novembre 1999.

Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet

Dès que le sujet vous est remis, assurez – vous qu'il est complet

Ce sujet comporte 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5 dont une page annexe en 5/5.

EXERCICE (sur 8 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple. Parmi les réponses proposées, une seule est correcte. Recopier pour chaque question le numéro de question suivi de la proposition qui vous semble exacte. Aucune justification n'est demandée. Toutes les questions sont indépendantes. Chaque bonne réponse rapporte 1 point. Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte aucun point.

1. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]-1\,;+\infty[$ par $f(x)=1+\dfrac{1}{x+1}$ alors :

a. $\lim\limits_{x\to-1} f(x)=0$ b. $\lim\limits_{x\to-1} f(x)=-\infty$ c. $\lim\limits_{x\to-1} f(x)=+\infty$

2. Une autre écriture de $e^{-\ln(2)}$ est :

a. 2 b. -2 c. $\dfrac{1}{2}$

3. Sur l'ensemble $]1\,;+\infty[$, l'équation $\ln(x-1)=1$ admet comme solution :

a. 1 b. $1+e$ c. $e-1$

4. Dans le plan rapporté à un repère orthonormal, on considère la conique $\boldsymbol{C}$ d'équation $4x^2+9y^2-36=0$ alors :

a. $\boldsymbol{C}$ n'a pas de foyer
b. $\boldsymbol{C}$ a pour foyers les points $F_1\left(\sqrt{5};0\right)$ et $F_2\left(-\sqrt{5};0\right)$
c. $\boldsymbol{C}$ a pour foyers les points F_1 ($\left(\sqrt{3};0\right)$ et F_2 ($\left(-\sqrt{3};0\right)$

5. Soient A et B sont deux événements associés à une expérience aléatoire. Pour tout événement X, on note $p(X)$ sa probabilité.

On suppose que : $p(A)=0{,}25$, $p(B)=0{,}6$ et $p(A\cup B)=0{,}7$ alors $p(A\cap B)$ est égal à :

a. 0,35 b. 0,85 c. 0,15

6. Le plan est rapporté à un repère orthonormal. On considère les points E $(0; -1)$ et F $\left(3\sqrt{5};1\right)$.

La distance EF est égale à :

a. $3\sqrt{5}$ b. 7 c. $\sqrt{7}$

7. Soit f la fonction définie sur **R** par $f(x) = e^{2x} + 1$. Une primitive F de la fonction f est définie sur **R** par :

a. $F(x) = e^{2x} + x$ b. $F(x) = 2e^{2x}$ c. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + x - 3$

8. Le plan est rapporté à un repère orthonormal, on considère la conique C_1 d'équation

$5x^2 - y^2 - 25 = 0$ et la droite D_1 d'équation $y = x$.

La conique C_1 et la droite D_1 :

a. n'ont pas de point d'intersection

b. ont deux points d'intersection de coordonnées $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$ et $\left(-\frac{5}{2}, -\frac{5}{2}\right)$

c. ont deux points d'intersection de coordonnées $\left(\sqrt{5}, 0\right)$ et $\left(-\sqrt{5}, 0\right)$

PROBLÈME (sur 12 points)

Le but de ce problème est de calculer la surface d'un pendentif en forme de tulipe.

Dans tout le problème, le plan est muni d'un repère orthogonal $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$. On choisit pour unités graphiques : 4 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle I = $[0; 3]$ par :

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{4}{3}x^2 - 2x + 3.$$

La courbe représentative de f dans le repère $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$ est notée C_f et donnée en ANNEXE page 5/5.

Ce graphique sera complété au fur et à mesure du problème.

1. Par lecture graphique, donner le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle I.

2. Calculer la valeur exacte de l'intégrale $K = \int_0^3 f(x)\,dx$.

Partie B

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $\mathrm{I} = [0; 3]$ par : $g(x) = (3 - x)\mathrm{e}^{x}$.

On appelle C_g la courbe représentative de g dans le repère $(\mathrm{O}; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Montrer que pour tout x de l'intervalle I, on a : $g'(x) = (2 - x)\mathrm{e}^{x}$ où g' désigne la fonction dérivée de la fonction g.

2. Étudier le signe de g' et dresser le tableau de variation de la fonction g.

3. a. Reproduire et compléter le tableau de valeurs de la fonction g (arrondir les valeurs au dixième).

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$g(x)$			5,4	6,7			

3. b. Compléter le graphique de la feuille annexe en traçant la courbe C_g.

4. a. Montrer que la fonction G définie sur **R** par $G(x) = (4 - x)\mathrm{e}^{x}$ est une primitive de la fonction g.

4. b. Donner la valeur exacte de l'intégrale $J = \int_0^3 g(x)\mathrm{d}x$.

Partie C

1. Hachurer P_1 la portion de plan comprise entre les courbes C_f et C_g.

2. Construire les courbes Γ_f et Γ_g symétriques respectivement de C_f et C_g par rapport à l'axe des abscisses.

3. Hachurer P_2 la portion de plan comprise entre Γ_f et Γ_g.

4. En utilisant les résultats de la question A.2. et de la question B.4.b., exprimer en unités d'aire l'aire du motif représenté par les portions de plan P_1 et P_2.

En déduire une valeur exacte de l'aire en cm^2 puis la valeur arrondie au cm^2.

ANNEXE À RENDRE AVEC VOTRE COPIE