



Signature

Nom :

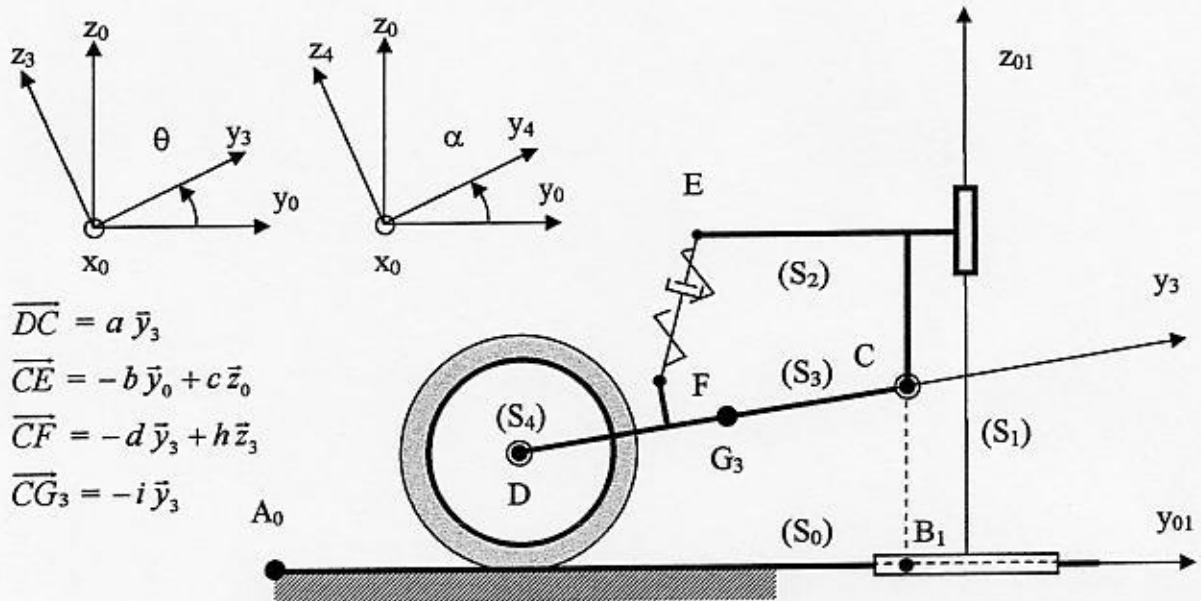
Prénom :

Note

20

Durée de l'épreuve : 1 h 45 – Répondre directement sur le sujet en reportant uniquement les résultats.
 Hormis cette copie-sujet, aucun autre document ne sera rendu.

Dans le cadre de l'étude d'avant-projet d'une suspension arrière d'un scooter, on se propose d'étudier le comportement de la solution définie sur la figure lors des phases de démarrage.



La partie arrière du cadre du scooter, lestée de la masse correspondante du pilote, est supposée animée d'un mouvement de translation par rapport à la route. Cette hypothèse est traduite sous la forme de l'ajout du solide intermédiaire S_1 de **masse négligeable** interposé entre la route S_0 et le cadre du scooter S_2 par l'intermédiaire de deux liaisons glissières. Le carter de la transmission S_3 intègre le moteur et la liaison pivot de la roue arrière S_4 , il joue également le rôle du bras oscillant de la suspension en liaison pivot avec le cadre.

1. On fournit le modèle dynamique textuel et le schéma cinématique associé

La modélisation retient un problème plan associé au plan de la figure.

1.1. Géométrie et masse

Le système est composé de :

- un ressort-amortisseur (RA) qui est disposé entre les solides (S_2) et (S_3) , de masse négligeable et de caractéristique linéaire respectivement par rapport au déplacement et à la vitesse relative des deux armatures (k la raideur, l la longueur libre et η la viscosité) ;
- 5 solides indéformables :
 - la route S_0 ,
 - le solide intermédiaire S_1 ,
 - le solide (S_2) représente la part du cadre du scooter équipé des accessoires ainsi que celle du pilote au prorata de la répartition des masses entre les deux roues,

- le solide (S_3) figure le groupe motopropulseur pour lequel on néglige la masse du piston, de la bielle et du vilebrequin du moteur ainsi que celle des éléments mobiles de la transmission par rapport au carter,
- le solide (S_4) représente la partie de roue non équipée du pneumatique,
- la déformation du pneumatique au contact de la route est négligée pour le calcul des grandeurs attachées à la notion de masse. On note (S_4^*) la roue équipée de son pneumatique,
- du point de vue de la cinématique, on admet qu'il y a non glissement du point de contact I du pneumatique avec la route situé à la verticale du centre de la roue ($\vec{V}_{04}(I) \cdot \vec{y}_0 = 0$);

- 6 liaisons indéformables.

$(S_0 - S_1)$: glissière	$(S_1 - S_2)$: glissière
$(S_2 - S_3)$: pivot	$(S_3 - S_4)$: pivot
(Interface RA - S_2)	: rotule	(Interface RA - S_3)	: rotule

1.2. Effort

Toutes les liaisons entre les solides sont supposées parfaites de même que les deux liaisons d'extrémités du ressort-amortisseur.

Les intéréfforts de liaison entre la route et le pneumatique sont supposés représentables par un glisseur passant par le point de contact I situé à la verticale du centre de la roue ($\vec{s}_{0,4^*} = T \vec{y}_0 + N \vec{z}_0$). La composante normale est supposée proportionnelle à l'écrasement du pneumatique : $N = k_p e$ avec k_p la raideur équivalente, e l'écrasement et R le rayon libre du pneumatique.

On note C_m le couple moteur, défini par le pilote, qui intervient en parallèle de la liaison pivot ($S_3 - S_4$).

Le module de l'action de l'air sur le couple scooter-pilote est défini par la relation $0,5 C_x \cdot \rho \cdot S \cdot V^2$ avec :

- C_x : coefficient de traînée
- ρ : masse volumique de l'air
- S : surface du maître couple
- V : vitesse longitudinale du scooter.

Le système évolue dans le champ de la pesanteur défini par la verticale \vec{z}_0 .

1.3. Repère galiléen

Le repère lié au solide (S_0) est supposé galiléen.

2. Construire un modèle géométrique vectoriel

2.1. Rechercher et positionner les invariants géométriques des liaisons

- tracer le graphe des liaisons
- identifier les invariants géométriques

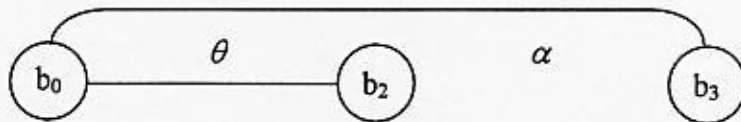


2.2. Lier un repère à chacun des solides

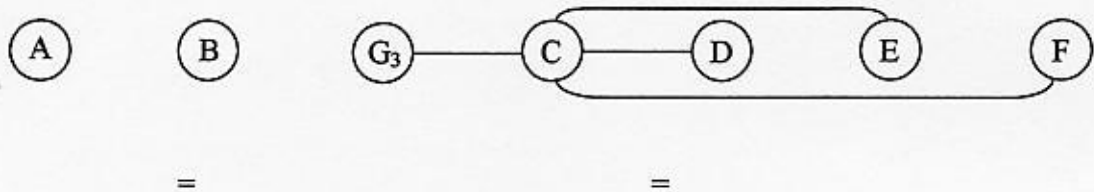
$$\begin{aligned}
 R_0 &= R_0 \left[\begin{array}{c} ;(\bar{x} \ , \bar{y} \ , \bar{z} \) \end{array} \right] \\
 R_1 &= R_1 \left[\begin{array}{c} ;(\bar{x} \ , \bar{y} \ , \bar{z} \) \end{array} \right] \\
 R_2 &= R_2 \left[\begin{array}{c} ;(\bar{x} \ , \bar{y} \ , \bar{z} \) \end{array} \right] \\
 R_3 &= R_3 \left[\begin{array}{c} ;(\bar{x} \ , \bar{y} \ , \bar{z} \) \end{array} \right] \\
 R_4 &= R_4 \left[\begin{array}{c} ;(\bar{x} \ , \bar{y} \ , \bar{z} \) \end{array} \right]
 \end{aligned}$$

2.3. Paramétrer les repères liés

- exploiter un graphe minimum interbases



- exploiter un graphe minimum interpoints



2.4. Rechercher les équations de liaison

- exploiter les liaisons non prises en compte

- exploiter les caractéristiques non encore prises en compte de certaines liaisons

$$\vec{V}_{04}(I) \cdot \vec{y}_0 = 0 \Rightarrow$$

- exploiter les lois de comportement de type cinématique imprimées par les actionneurs

2.5. Définir les paramètres indépendants

3. Formaliser les lois de comportement en fonction du modèle géométrique

3.1. Le ressort-amortisseur (RA)

$$\{(RA) \rightarrow S_2\} = -\{(RA) \rightarrow S_3\}$$

$$\vec{S} \{(RA) \rightarrow S_3\} = \lambda(\theta) \vec{FE}$$

$$\vec{M}_F \{(RA) \rightarrow S_3\} = \vec{0}$$

Expliciter uniquement le vecteur pour calculer ultérieurement le terme complémentaire de la relation de champ de moment.

$$\overline{FE} =$$

3.2. L'action de l'air

$$\vec{S} \{(\text{Air}) \rightarrow S_3\} =$$

3.3. Le couple moteur

$$\vec{M}_D \{(\text{Couple moteur}) \rightarrow S_4\} =$$

3.4. L'action de la route sur le pneumatique

- *condition d'existence*

$$- \vec{s}_{0,4*} = T \vec{y}_0 + N \vec{z}_0 \text{ avec } N = k_p e$$

$$e =$$

3.5. Les composantes nulles des interefforts de liaison entre les solides

$$\begin{aligned} &= & &= \\ &= & &= \end{aligned}$$

3.6. Le champ de la pesanteur

4. Recenser les inconnues de l'étude

L'étude concerne le mouvement et la recherche du coefficient de frottement à installer pour garantir le non glissement du pneumatique sur la route au point de contact I.

5. Ecrire les équations de dynamique

Dans la suite de l'étude on conservera l'ensemble des paramètres initiaux.

5.1. Y a-t-il une chaîne fermée ?

5.2. Tracer le graphe des particularités



5.3. Ecrire les conséquences scalaires des théorèmes généraux

=

avec E =

=

avec E =

=

avec E =

=

avec E =

5.4. Calculer les composantes des efforts

=

=

=

=

5.5. Calculer les composantes de cinétique

=

=

=

=

6. Traiter les équations de dynamique sous MATLAB

On note le système des équations de dynamique sous la forme $A(q_i) X(q''_i, T) - B(q'_i, q_i) = 0$ avec q_i les paramètres :

- expliciter $X(q''_i, T)$;

$$X(q''_i, T) = \text{transposée} [\quad]$$

- définir $X(q''_i, T)$ en fonction de la représentation matricielle du système des équations de dynamique ;

$$X(q''_i, T) =$$

- exprimer le vecteur $dydt$ défini par la fonction $dydt = \text{derivee}(t,s)$ appelée par la fonction $[t,s] = \text{ode45}(@\text{derivee}, [tinitial\ tfinal], s0)$ de MATLAB.

$$dydt = [$$