

PS 26 Electromagnétisme

Examen Final

Avertissement : la qualité de la rédaction et la présentation des résultats compteront pour deux points dans l'appréciation de la note finale.

Durée : 2 heures, questions de cours + Problème
Conditions : Documents et calculatrices interdits

Les questions de cours sont regroupées sur une feuille à part que vous devez rendre avec vos copies d'examen.

Problème : Courants de FOUCAULT

Soit un repère orthonormé direct muni d'une base cartésienne et deux plans (P) et (P'), parallèles au plan (xOy) et de cotes respectives suivant l'axe $z z'$: $+a/2$ et $-a/2$. Ces plans délimitent une plaque (infinie suivant $x x'$ et $y y'$) de cuivre homogène, d'épaisseur a , de perméabilité μ_0 , de permittivité ϵ_0 et de conductivité γ .

Partie 1 : Electrostatique

L'ensemble est subitement placé dans un champ électrostatique uniforme $\mathbf{E} = E_0 \mathbf{e}_z$.

1. Décrivez les phénomènes qui se produisent (faire des schémas explicatifs).
2. Lorsque l'équilibre électrostatique est atteint :
 - a/ que devient le champ électrostatique en chaque point de l'espace ?
 - b/ calculer les différentes densités volumiques et surfaciques de charge qui caractérisent alors le système.
3. Donnez une représentation graphique du potentiel électrostatique le long de l'axe $z z'$.
4. On considère un électron situé dans le demi espace $z > 0$ à une distance infinie de la plaque. Quelle quantité d'énergie est mise en jeu par un opérateur pour amener cet électron au point de coordonnées $(5a, -3a, 2a)$? Cette énergie est-elle fournie ou gagnée par l'opérateur ?

Partie 2 : Magnétostatique

On supprime le champ électrique de la partie 1 mais maintenant une densité volumique de courant continu $\mathbf{j} = j \mathbf{e}_x$ ($j > 0$) parcourt l'ensemble de la plaque de cuivre. La densité superficielle de courant (sur les faces) est nulle.

5. Par des considérations de symétrie, montrer quelle est la direction du champ magnétique $\mathbf{B}(M)$, créé en un point M quelconque (intérieur ou extérieur à la plaque). On ne se contentera pas de références vagues à la symétrie, mais on s'attachera à construire une véritable démonstration en distinguant les cas $z < 0$ et $z > 0$.
6. En déduire $\mathbf{B}(M)$ en appliquant le théorème d'Ampère.
7. Retrouvez directement $\mathbf{B}(M)$ par les équations de Maxwell (on examinera notamment le rotationnel).

8. Montrez que le flux du vecteur de Poynting à travers la surface d'un volume élémentaire $dx dy dz$ vaut $j^2 dx dy dz / \gamma$.
9. En déduire la densité volumique de puissance dissipée par la plaque par effet joule.

Partie 3 : Effet Foucault en régime quasi stationnaire

La densité de courant de la partie 2 est supprimée (de même que le champ électrostatique de la partie 1).

10. Une source de champ magnétique uniforme et constant est placée au dessus de la plaque de cuivre. Cette dernière fait-elle écran ?
 11. La plaque est maintenant plongée dans un champ magnétique uniforme mais variable $\mathbf{B} = B \mathbf{e}_x$ avec $B = B_0 \cos \omega t$ (B_0 et ω constants). Nous supposons la fréquence suffisamment basse pour que le champ reste effectivement uniforme dans tout le conducteur.
 - a/ Montrer que l'existence de B variable dans le temps implique l'apparition d'un champ électrique \mathbf{E} et, dans la plaque, d'un courant de densité \mathbf{j} .
 - b/ Par des arguments de symétrie aussi précis que possibles, montrer que \mathbf{E} est parallèle à \mathbf{e}_y . Quelle relation simple relie $\mathbf{E}(-z)$ et $\mathbf{E}(z)$.
 - c/ Par le calcul de la circulation de \mathbf{E} sur un contour judicieusement choisi, déterminez $\mathbf{E}(M)$ en tout point de l'espace.
 - d/ En déduire la densité de courant $\mathbf{j}(M)$ correspondante et tracez le graphique de la variation de l'amplitude de \mathbf{j} le long de l'axe $z z'$.
 - e/ on considère une portion de la plaque limitée par les deux plans $z=+a/2$, $z=-a/2$ et un cylindre d'axe parallèle à $z z'$ et de section droite S . On désigne alors par τ , le volume de cette portion de plaque. Calculez la puissance $p(\tau)$ dissipée en moyenne, sur une période, par effet joule dans le volume τ . En déduire la puissance volumique moyenne p_{moy} et en donner une expression en fonction de γ , ω et B_0 .
- Effectuez l'application numérique pour $a=5 \text{ cm}$, $\omega=100 \pi \text{ rad/s}$ et $B_0 = 1 \text{ T}$.
 $\gamma=6,2 \cdot 10^7 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$

Partie 4 : Effet Foucault en hautes fréquences

La plaque est placée dans les mêmes conditions que dans la question précédente. Le champ magnétique a maintenant une fréquence très élevée. De ce fait, les variations très rapides de B vont produire des courants induits très importants qui vont à leur tour produire un champ magnétique et ainsi de suite ...

12. Quelles sont les limites de l'explication donnée ci-dessus ? La densité de courant deviendra t-elle infinie ? Pourquoi ?
13. En fait B va dépendre aussi de z et sera tel que $B(-z)=B(z)$. De même la densité de courant dirigée suivant \mathbf{e}_y sera telle que $j(-z)=j(z)$.
 Montrer que même pour des fréquences très élevées de 10 MHz, le courant de déplacement reste négligeable devant celui de conduction.
 On prendra $\epsilon_0=9 \cdot 10^{-12} \text{ S.I.}$

NOM :

PS26 Final – Questions de cours

Aucun document ni calculatrice autorisé - Répondez directement sur le sujet.

1. Equations de Maxwell dans le vide : remplir le tableau suivant :

Nom de l'équation	Equation locale	Equation intégrale

2. Rappeler les théorèmes généraux utilisés pour le passage des équations locales aux équations intégrales. Précisez bien les domaines d'intégration (si besoin faire un dessin au verso).

Nom du théorème	Définition mathématique

- Donner l'équation d'onde du champ électrique dans le vide loin des sources.
- Qu'est-ce que l'approximation des régimes quasi stationnaires, que permet-elle ?
- Quelle est la structure du champ électromagnétique d'une onde plane se déplaçant dans la direction \mathbf{e}_z (dans le vide). Donner les expressions de \mathbf{E} , \mathbf{B} et de l'équation d'onde du champ magnétique si la longueur d'onde est λ .
- Dans l'équation d'onde d'une OEM dans le vide, que représente la constante c ? comment est-elle définie ? Donner sa valeur et son unité.
- Soit le champ vectoriel $\mathbf{B} = 4x \mathbf{e}_x + 7xy \mathbf{e}_y + Bz \mathbf{e}_z$. Quelle(s) condition(s) doit respecter Bz pour que \mathbf{B} puisse représenter un champ magnétique ?