

Exercice 4

Machine de Stirling

Première partie :**A rédiger sur une copie nommée Partie I****Exercice 1**

On appelle « humidité relative » ou « degré hygrométrique » d'une atmosphère le rapport de la pression partielle de vapeur d'eau à la pression de vapeur saturante de l'eau à la même température.

Calculer la masse d'eau contenue dans l'air d'une pièce de 5m x 4m x 3m à 20°C avec un degré hygrométrique de 80%.

A 20°C, $P_s(\text{H}_2\text{O}) = 1,75 \text{ cm de Hg}$.

Exercice 2

Dans les bars, pour chauffer les boissons, on y fait passer un courant de vapeur. Quelle masse de vapeur initialement à 100°C, faut-il faire passer dans 250 mL de lait pour porter sa température de 20°C à 50°C?

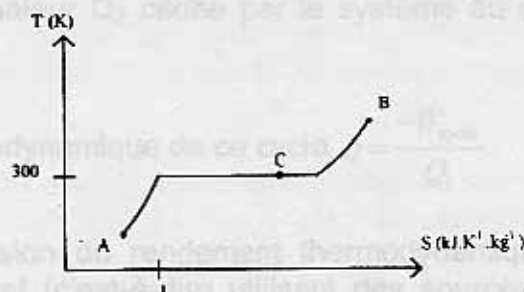
De combien augmentera le volume du contenu du verre?

(On considère que la chaleur massique ou molaire du lait est la même que celle de l'eau.)

$$L_v(\text{eau}) = 44 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

Exercice 3

Un kilogramme d'un corps pur liquide subit de A à B une transformation isobare dont la représentation dans le diagramme entropique est la suivante :



1. Préciser en redessinant le diagramme :
 - le point où apparaît la première bulle de gaz.
 - le point où disparaît la dernière goutte de liquide
2. Déterminer graphiquement la chaleur latente de changement d'état à 300 K.

Exercice 4

Machine de Stirling

Ce moteur, inventé par l'ingénieur (et pasteur) Stirling en 1816, a fonctionné pour la première fois en 1818. La caractéristique principale de ce moteur est que, contrairement aux autres, il forme un système fermé : comme dans un réfrigérateur, le fluide, de l'air par exemple, est contenu dans une enceinte fermée et chauffée par une source thermique extérieure. La combustion est donc externe, ce qui autorise tous les types de combustibles, notamment les déchets forestiers, animaux et industriels. On comprend, dès lors, l'engouement actuel pour ce moteur écologique qui fait l'objet de recherches actives depuis une quinzaine d'années.

Description du cycle**Cycle de Stirling**

On réalise un cycle réversible ABCD composé de deux isothermes (AB et CD) et de deux isochores (BC et DA).

On notera T_1 la température en A et B et T_2 la température en C et D avec $T_1 > T_2$.

Le système qui évolue est constitué par $1,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ d'un gaz assimilable à un gaz parfait dont la masse molaire $M = 29 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ et le rapport des chaleurs spécifiques à pression et volume constant $\gamma = 1,4$.

1. Dessiner le cycle moteur dans le diagramme de Clapeyron et placer les points A, B, C, D et identifier les deux isothermes.
2. Donner et justifier le signe de Q_{AB} , Q_{BC} , Q_{CD} et Q_{DA}
3. En fonction de V_A , T_1 , T_2 , P_C , γ établir les expressions:
 - a. de la quantité de chaleur Q_1 reçue par le système au cours d'un cycle moteur réversible;
 - b. de la quantité de chaleur Q_2 cédée par le système au cours d'un cycle moteur réversible;
 - c. du rendement thermodynamique de ce cycle $\eta = \frac{-W_{\text{cycle}}}{Q_1}$.
4. Quelle est l'expression du rendement thermodynamique du cycle de Carnot réversible correspondant (c'est-à-dire utilisant des sources dont les températures sont égales aux températures extrêmes précédentes)?
5. Calculer les valeurs numériques des expressions établies en 3. et 4. dans le cas où $V_A = 0,80 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$, $P_A = 40 \text{ bars}$, $P_C = 1,0 \text{ bar}$, $T_2 = 300 \text{ K}$.

Deuxième partie :

A rédiger sur une autre copie nommée Partie II

Vitesse de trempe

Un morceau de cuivre de masse $m_2=50$ g initialement à $T_2=600$ °C est immergé dans $m_1=500$ g d'eau initialement à $T_1=20^\circ$, contenue dans un calorimètre. Le calorimètre est de très bonne qualité et son équivalent en eau est négligeable devant les 500 g d'eau.

1. Calorimétrie

- 1.1. Le système évolue spontanément, à pression constante vers un état d'équilibre. Quelles sont les variables d'état qui le caractérisent ? Calculer-les.
- 1.2. Déterminer la variation d'entropie du système isolé constitué de l'eau et du métal, entre l'état initial et final. Conclure sur la réversibilité de la transformation.
- 1.3. A quelle condition la variation d'enthalpie et d'énergie interne du système seront elles égales ?

2. Etude du régime transitoire

2.1. On suppose qu'au cours de la transformation la température de l'eau $T_1(t)$ et du métal $T_2(t)$ sont uniformes et on modélise les échanges de chaleur par un coefficient global h , $h=50$ W/K.

On veut déterminer l'évolution des températures en fonction du temps t durant le régime transitoire. Pour cela, on écrira le premier principe sous la forme de bilan enthalpique.

- 2.1.1 -une première fois pour le système constitué du métal seul, on écrira le bilan enthalpique entre un instant t et un instant voisin $t+dt$ voisins. Montrer que l'on a

$$\frac{dT_2}{dt} = -A(T_2 - T_1). \text{ Déterminer } A.$$

- 2.1.2 -puis une seconde fois pour le système complet isolé thermiquement Montrer que l'on a $dT_1 = -BdT_2$. Déterminer B.

2.1.3 -Intégrer la seconde équation. Vous obtenez $T_1=f(T_2)$, équation qui vous sert d'ailleurs pour déterminer l'état final (cf §1.1). Montrer que $T_f = \frac{T_{1i} + BT_{2i}}{1+B}$.

2.1.4 A l'aide des expressions précédentes, montrer que l'équation différentielle qui régit l'évolution de T_2 en fonction du temps est :

$\frac{d(T_2 - T_f)}{dt} = -C(T_2 - T_f)$ où T_f est la température d'équilibre finale. Déterminer C en fonction de A et B.

2.2. La vitesse de trempe, $\frac{d(T_2(t))}{dt}$, est un paramètre primordial pour l'obtention des caractéristiques mécaniques escomptées.

Représenter la sur un graphique, avec en ordonnée $\frac{d(T_2(t))}{dt}$ et en abscisse t. Quelle est la valeur maximale de cette vitesse. Représenter l'allure de $T_2(t)$.

2.3. Durée de l'évolution

Les variations de $T_1(t)$ et $T_2(t)$ sont des fonctions exponentielles du temps t. L'état d'équilibre est donc atteint asymptotiquement au bout d'un temps infini. On considère

que l'évolution est terminée, lorsque $\frac{T_2(t) - T_2(\text{équilibre})}{T_2(\text{équilibre})} = 0.01$.

Combien de temps l'évolution a-t-elle duré selon ce critère ?

Données :

$$C_p(\text{cu})=400\text{J}/(\text{K}\cdot\text{kg}), C_p(\text{H}_2\text{O})=1 \text{ calorie}/(\text{g}\cdot\text{K})$$



1. Préciser, en redonnant le diagramme, le point où apparaît la première bulle de gaz et le point où disparaît la dernière goutte de liquide.
2. Déterminer graphiquement le délai entre le début de changement d'état à 300 K,