Final – PS 27

Automne 2001

<u>Exercice n°1</u> : Etude de l'eau au voisinage du point triple

On se propose d'étudier les équilibres entre les différentes phases de l'eau au voisinage du point triple de température $t_\tau = 0,0074°C$. On admet que dans le domaine des températures et des pressions l'eau liquide et la glace sont incompressibles. La pression d'équilibre des phases solide et gazeuse de l'eau à $t_0 = 0°C$ est $P'_0=610,33$ Pa et la pression d'équilibre des phases solide et liquide à la même température est $P_0=1,013.10^5$ Pa. Les volumes massiques correspondant sont $u_{liquide} = 1,00.10^{-3}$ m^3/kg et $u_{solide} = 1,09.10^{-3}$ m^3/kg.

1 – A partir de l'équation d'état des gaz parfaits, calculer le volume massique de l'eau à l'état gazeux à la pression P'_0 et à la température t_0. M=18 g/mol et R = 8,314 J/(K.mol)

2 – Faire un graphique indiquant clairement l'allure au voisinage du point triple des courbes de fusion, de vaporisation et de sublimation en coordonnées (t en abscisse, P en ordonnée). Préciser sur ce graphique, les pressions P_τ, P_0 et P'_0 ainsi que les températures t_τ et t_0, le point critique et les noms des différentes courbes.

3 – On rappelle la formule de Clapeyron : $\frac{dP}{dT} = \frac{L}{T_0.\Delta u}$ avec T_0 en K

On admet que la courbe de sublimation et la courbe de fusion peuvent être assimilées à des droites entre t_0 et la température du point triple t_τ.

a - Sachant que la chaleur latente de sublimation de la glace à 0°C est $L_s = 2,827.10^6$ J/kg, calculer la pression du point triple P_τ.

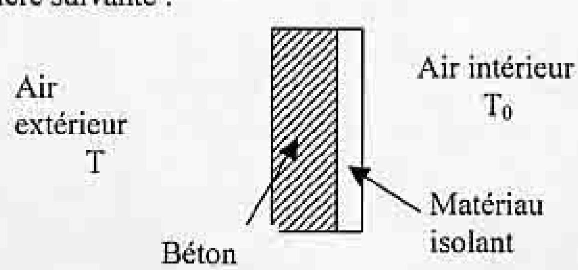
b – Calculer la chaleur latente de fusion L_f de la glace à 0°C.

c – Tracer les isothermes dans le diagramme de Clapeyron (P en ordonnée, u en abscisse) correspondant au changement de phase à la pression P'_0 puis au changement de phase à la pression P_0 en fonction des volumes massiques de l'eau sous ces trois phases.

CHANGER DE COPIE

<u>Exercice n°2 :</u> Chauffage thermostaté d'un local. Régime transitoire

Les parois d'un local sont constituées de la manière suivante :



On fera les hypothèses suivantes :

Température extérieure T_0 constante

Tous les points de l'air intérieur et des parois du béton, dont l'ensemble a une capacité calorifique C sont à la même température

Le matériau isolant est de capacité calorifique négligeable

La puissance thermique traversant les parois est : $P_{transmise} = \frac{T - T_0}{R}$ expression dans laquelle R est la résistance thermique des parois.

Données : T = 278 K , C = 120 kJ / K
P = 2 kW et R = 0,02 K.W^{-1}

1 – Le local est chauffé par une machine de puissance P constante, mise en service à la date t=0. La température intérieure, initialement égale à T_0, varie de dT pendant le temps dt. En considérant le système formé par l'air intérieur et les parois de béton, faire le bilan énergétique sur le système et montrer que la relation entre T, T_0, R, P, C, dT et dt s'écrit :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{1}{R.C}.(T - T_0) = \frac{P}{C}$$

2 – Résoudre l'équation différentielle et en déduire l'expression de T(t) : $T - T_0 = P.R\left[1 - \exp(\frac{-t}{R.C})\right]$. Calculer la valeur atteinte par T si la machine fonctionne pendant un temps infini.

3 – En fait, un thermostat interrompt le fonctionnement de la machine lorsque T atteint la valeur maximale : $T_{max} = 293K$. Calculer la date t_1 à laquelle ceci se produit.

4 – Lorsque la source est arrêtée (P = 0), la température de la source est alors T_{max}. Donner l'expression de la nouvelle équation différentielle de θ(t) et la résoudre. Calculer alors la durée t_2 nécessaire pour que T décroisse jusqu'à la valeur minimale : $T_{min} = 291K$.

5 – A t = T_{min}, le thermostat permet alors à la machine de fonctionner de nouveau. En résolvant à nouveau l'équation différentielle de θ(t), calculer la durée t_3 nécessaire pour que T remonte jusqu'à la valeur T_{max}.

Exercice n°3 : Etude d'une machine frigorifique irréversible

Dans une machine frigorifique dont le fluide est assimilable à un gaz parfait, une mole de fluide parcourant le cycle reçoit une quantité de chaleur Q_2 d'une source froide de température T_2 et cède une quantité de chaleur Q_1 à une source chaude de température T_1. On donne $T_1 = 293$ K et $T_2 = 268K$.

1 – On suppose dans un premier temps que le cycle comprend les transformations réversibles suivantes :
- Compression adiabatique de T_2 à T_1
- Compression isotherme à T_1
- Détente adiabatique de T_1 à T_2
- Détente isotherme à T_2

a – A l'aide du deuxième principe, donner la relation entre T_1, T_2, Q_1 et Q_2.

b – Exprimer le travail W en fonction de Q_1 et des températures T_1 etT_2

c – Définir et calculer l'efficacité du cycle en fonction des températuresT_1 à T_2.

d – Quelle est la variation d'entropie de l'univers sur le cycle ?

2 – En réalité, le cycle comprend les transformations :
- Compression adiabatique réversible de T_2 à $T'_2 = 330$ K
- Refroidissement isobare de T'_2 à T_1.Echange de chaleur Q'_1
- Détente adiabatique réversible de T_1 à T'_1
- Echauffement isobare jusqu'à T_2.Echange de chaleur Q'_2

a – Par expression du deuxième principe, montrer que $\frac{T_1}{T_1'} = \frac{T_2'}{T_2}$

b – Exprimer l'efficacité en fonction de T_2 et T'_2 et comparer sa valeur à celle du cycle réversible.

c – Montrer que la variation d'entropie de l'univers s'exprime par . $C_P \frac{(T'_2 - T_1)^2}{T_1 . T'_2}$.

e - Calculer sa valeur. Conclure.

Donnée : $C_P = 29$ J/(mol.K)