

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2003

MATHÉMATIQUES

SÉRIE : ES

Durée de l'épreuve : 3 heures – Coefficient : 7

Ce sujet comporte 6 pages, numérotées de 1 à 6

Du papier millimétré est mis à la disposition des candidats

L'usage d'une calculatrice est autorisé

*Le candidat doit traiter les DEUX exercices et le problème.
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour
une part importante dans l'appréciation des copies.*

Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

Exercice 1 (5 points)

Commun à tous les candidats

Aucun détail des calculs statistiques effectués à la calculatrice n'est demandé dans cet exercice.

Dans un magasin, le nombre annuel de ventes d'un appareil électroménager, relevé pendant 6 années, est donné par le tableau suivant :

Année	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre d'appareils y_i	623	712	785	860	964	1073

- a)** Représenter dans un repère orthogonal le nuage de points $M_i(x_i, y_i)$ en prenant comme unités graphiques : 2 cm pour 1 rang en abscisses et 1 cm pour 50 appareils en ordonnées, en commençant à la graduation 600.

b) Calculer, en donnant les résultats arrondis à 10^{-2} , les coordonnées du point moyen G du nuage et placer ce point sur le graphique.
- a)** Calculer, en donnant les résultats arrondis à 10^{-2} , les coordonnées du point moyen G_1 du nuage formé par les points M_1, M_2 et M_3 , puis les coordonnées du point moyen G_2 du nuage formé par les points M_4, M_5 et M_6 .

b) Placer les points G_1 et G_2 sur le graphique et déterminer, avec des coefficients arrondis à 10^{-2} , une équation de la droite (G_1G_2) .

c) En utilisant cette droite comme droite d'ajustement affine, déterminer le nombre d'appareils que l'on peut prévoir vendre en 2004.
- On sait maintenant que le nombre d'appareils vendus en 2002 est de 1125.

a) Ajouter le point $M_7(7 ; 1125)$ sur le graphique précédent.

b) On considère alors le nouveau nuage formé des points $M_i, 2 \leq i \leq 7$ (le nombre annuel de ventes de l'année 1996 n'est plus pris en compte).
Donner, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis à 10^{-3}).

c) En utilisant cet ajustement, quel nombre d'appareils peut-on prévoir vendre en 2004 ?

Exercice 2 (5 points)

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Soit le graphe G joint en annexe constitué des sommets A, B, C, D, E, F et G.

1. Quel est son ordre et le degré de chacun de ses sommets ?
2. Reproduire sur la copie et compléter le tableau des distances entre deux sommets de G :

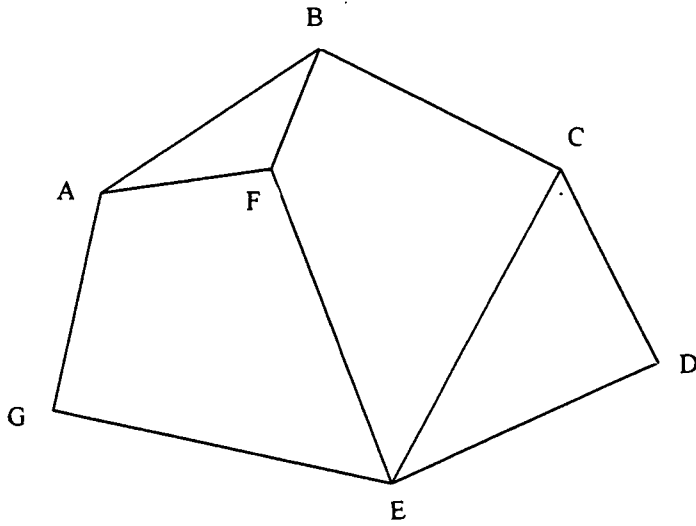
Distance	A	B	C	D	E	F	G
A	X						
B	X	X					
C	X	X	X				
D	X	X	X	X			
E	X	X	X	X	X		
F	X	X	X	X	X	X	
G	X	X	X	X	X	X	X

En déduire le diamètre de ce graphe.

3. a) Donner un sous graphe complet d'ordre 3 de G.
Qu'en déduire pour le nombre chromatique de G ?

b) Proposer une coloration du graphe G et en déduire son nombre chromatique.
4. Donner la matrice M associée à G (vous numéroterez les lignes et les colonnes dans l'ordre alphabétique).
5. En utilisant la matrice M^2 donnée en **annexe 1**, déduire le nombre de chaînes de longueur 2 partant de A sans y revenir.

Annexe 1 exercice 2



$$M^2 = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Problème (10 points)

Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction f définie sur $] -1 ; +\infty]$ par :

$$f(x) = ax + b + 3 \ln(x + 1)$$

où a et b désignent deux réels que l'on déterminera dans la question 2. On appelle C_f sa courbe représentative. La figure de l'annexe représente une partie de cette courbe donnée par une calculatrice graphique.

C_f vérifie les conditions suivantes : elle passe par le point $A(0 ; 5)$ et elle admet une tangente horizontale au point d'abscisse $\frac{1}{2}$.

1. En utilisant les données de l'énoncé, que peut-on dire du sens de variation de f ?
2. Déterminer a et b .

Partie B

On suppose désormais que la fonction f est définie sur $] -1 ; +\infty [$ par :

$$f(x) = -2x + 5 + 3 \ln(x + 1)$$

1. a) Calculer la limite de f en -1 . Interpréter graphiquement le résultat.
b) En admettant que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+1)}{x} = 0$, calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
2. Calculer $f'(x)$ et étudier les variations de f . Dresser le tableau de variation. Préciser la valeur exacte du maximum de f .
3. Tracer C_f et les asymptotes éventuelles dans un plan muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$. (unité graphique : 2 cm)
4. a) Montrer qu'il existe deux réels α et β tels que : $\alpha < 0 < \beta$ et $f(\alpha) = f(\beta) = 0$.
b) Donner une valeur approchée à 10^{-2} près par défaut de α et de β .
c) En déduire le signe de $f(x)$ sur $] -1 ; +\infty [$.
5. Soit g la fonction définie sur $] -1 ; +\infty [$ par :
$$g(x) = (x + 1) \ln(x + 1) - x.$$

a) Calculer $g'(x)$.
b) En déduire l'expression de la primitive de f s'annulant pour $x = 0$.

Partie C

Une imprimerie a une capacité de production de 5 000 ouvrages par jour. Une étude a montré que le coût marginal peut être modélisé par $f(q)$ (en milliers d'euros) où q désigne la quantité d'ouvrages imprimés (en milliers). On rappelle que le coût marginal correspond à la dérivée du coût total.

1. a) Calculer $\int_0^5 f(q) dq$.

b) En déduire le coût total en euros de fabrication de 5 000 ouvrages.

2. L'imprimeur compte réaliser en deux jours une commande de 8 000 ouvrages. Il hésite entre deux possibilités :

5 000 ouvrages le premier jour puis 3 000 le second,

4 000 ouvrages pendant deux jours.

Quelle est l'option la plus rentable ?

Annexe 2

Courbe représentative de f

