BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE STG

Spécialités : Mercatique, Comptabilité et Finance d'Entreprise, Gestion des systèmes d'information.

SESSION 2007

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Mercatique, comptabilité et finance d'entreprise
Durée de l'épreuve : **3 heures** **Coefficient : 3**

Gestion des systèmes d'information
Durée de l'épreuve : 3 heures **Coefficient : 4**

Calculatrice autorisée, conformément à la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999.

Le candidat doit traiter les quatre exercices.

Il sera tenu compte de la clarté des raisonnements et de la qualité de la rédaction dans l'appréciation des copies.

Ce sujet comporte 8 pages numérotées de 1/8 à 8/8.
Dés que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Les 2 annexes doivent impérativement être rendues avec la copie.

EXERCICE 1 (3 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque question, trois réponses sont proposées. Une seule des réponses proposées est exacte. Une bonne réponse rapporte 1 point. Une mauvaise réponse enlève 0,5 point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.

Vous reporterez sur votre copie la réponse correcte. Aucune justification n'est demandée.

1. Le nombre –3 est solution de l'équation :

- $\ln x = -\ln 3$;
- $\ln\left(\mathrm{e}^{x}\right) = -3$;
- $\mathrm{e}^{\ln x} = -3$

2. Soit *f* la fonction dérivable sur IR définie par: $f(x) = (2x+3)\mathrm{e}^{-x}$.

Sa fonction dérivée f' est donnée par :

- $f'(x) = 2\mathrm{e}^{-x}$;
- $f'(x) = (-2x-3)\mathrm{e}^{-x}$;
- $f'(x) = (-2x-1)\mathrm{e}^{-x}$.

3. La population d'une commune est passée de 3 000 à 6 000 habitants en 20 ans. Le taux d'évolution annuel moyen (à 0,01 % près) a été de :

- 5% ;
- 3,72% ;
- 3,53%.

EXERCICE 2 (5 points)

Dans un club de vacances, deux activités A et B sont proposées aux enfants entre 8 et 10 ans. Les enfants peuvent cumuler les deux activités, choisir une seule de ces deux activités, ou encore ne pratiquer aucune de ces deux activités.
On choisit au hasard le nom d'un enfant de cet âge. Tous les enfants ont la même probabilité d'être choisis.
On notera A l'événement : « l'enfant pratique l'activité A » et $\overline{A}$ l'évènement contraire de A ;
B l'événement : « l'enfant pratique l'activité B » et $\overline{B}$ l'évènement contraire de B.
La situation est représentée à l'aide d'un arbre pondéré donné en annexe 1.

1. Compléter l'arbre et le tableau fournis en annexe 1.

2. Par lecture de l'arbre, donner les probabilités conditionnelles $p_A(B)$ et $p_{\overline{A}}(B)$.

3. Démontrer que $p(B) = 0,22$.

4. On définit les événements E et F de la façon suivante :

E : « l'enfant choisi ne pratique aucune des deux activités » ;
F : « l'enfant choisi pratique au moins l'une des activités ».

a. Exprimer E en fonction de A et B puis, en s'appuyant sur les résultats contenus dans le tableau du 1., déterminer $p(E)$.

b. Calculer $p(F)$.

EXERCICE 3 (6 points)

On se propose dans cet exercice, d'étudier l'évolution de la consommation d'eau minérale des Français depuis 1970.

Partie A : La feuille de calcul suivante, extraite d'un tableur, donne la consommation moyenne d'eau minérale en litres par Français sur une année :

	A	B	C
1	*Année*	*Consommation (en l.) arrondie au litre près*	*Taux d'évolution décennal exprimé en pourcentage à 0,1*
2	1970	40	
3	1980	55	37,5
4	1990	90	63,6
5	2000	149	65,6

Source : Insee.

1. a. Que signifie le nombre 37,5 obtenu dans la case C3 ?
On attend une explication en français et la justification de ce nombre à l'aide d'un calcul.
b. Quelle formule faut-il écrire dans la case C3 pour compléter la colonne C en recopiant cette formule vers le bas ?

2. a. Calculer le taux d'évolution global de la consommation d'eau minérale entre les années 1970 et 2000.
b. En déduire que le taux d'évolution décennal moyen entre les années 1970 et 2000 est de 55% (à 1% près).
c. Si l'on fait l'hypothèse que la consommation d'eau minérale continue à évoluer en suivant le taux décennal de 55% au delà de l'an 2000, quelle consommation, à un litre près, peut-on prévoir pour l'année 2010 puis pour l'année 2040 ?

Partie B : Le tableau suivant donne l'évolution de cette consommation, en litre par personne entre 1995 et 2004. Le nuage de points correspondant est donné en annexe 2.
Le but est de rechercher un ajustement affine de ce nuage de points.

Année	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang x_i de l'année	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Consommation y_i (en litres)	117	115	122	134	142	149	152	150	168	169

1. Déterminer les coordonnées du point moyen G de cette série et placer ce point sur le graphique.

2. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite (Δ) d'ajustement affine de y en x sous la forme $y = a\,x + b$ où a et b seront arrondis à 0,1 près.

3. Tracer la droite (Δ) sur le graphique de l'annexe 2.

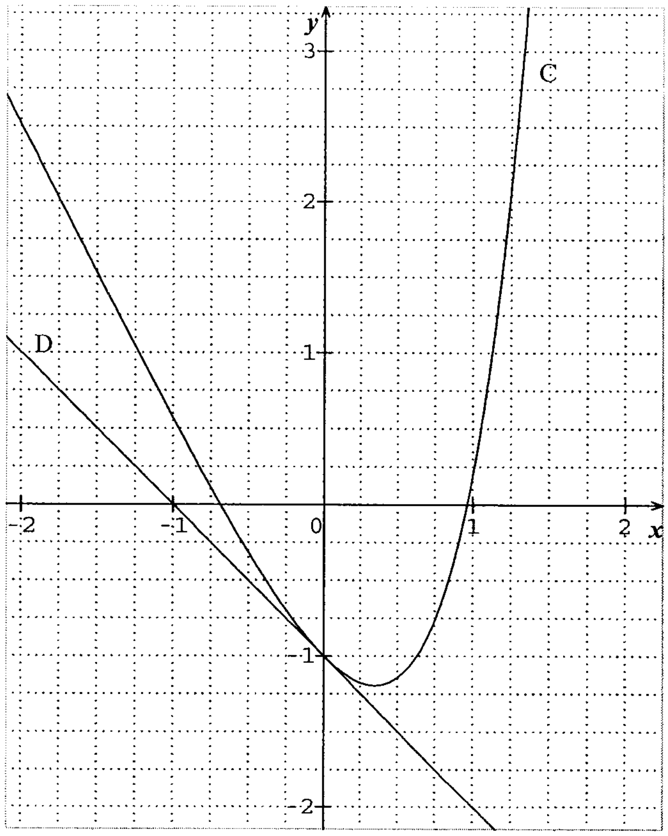
4. a. À l'aide de l'équation précédente, estimer la consommation d'eau minérale par Français en 2010 (arrondie au litre près).
b. Retrouver graphiquement le résultat précédent.
c. Le résultat obtenu en **4.a.** est différent du résultat obtenu dans la **partie A.** question **2.** Pouvait-on s'y attendre ?

EXERCICE 4 (6 points)

On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-2 ; 2]$.

Partie A

La figure ci-dessous donne une partie de la courbe C représentative de la fonction f dans un repère orthonormal du plan, ainsi que la droite D, tangente à la courbe au point d'abscisse 0. On note f' la fonction dérivée de f sur $[-2 ; 2]$.



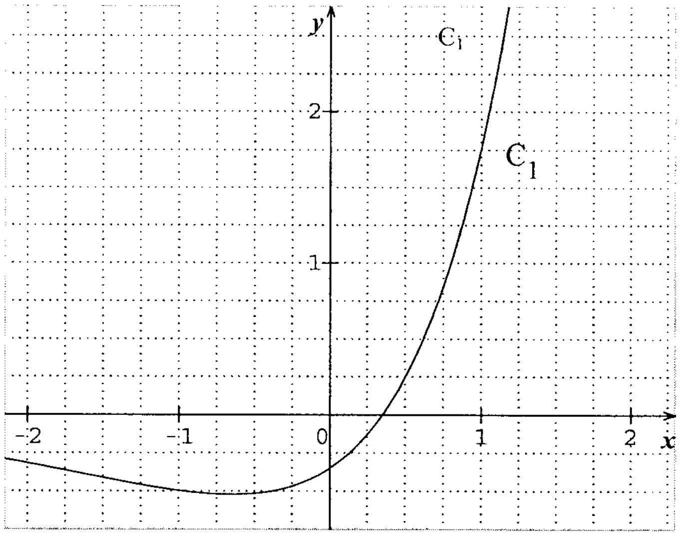
1. Par lecture graphique et sans donner de justification :
   a. Déterminer $f(0)$.

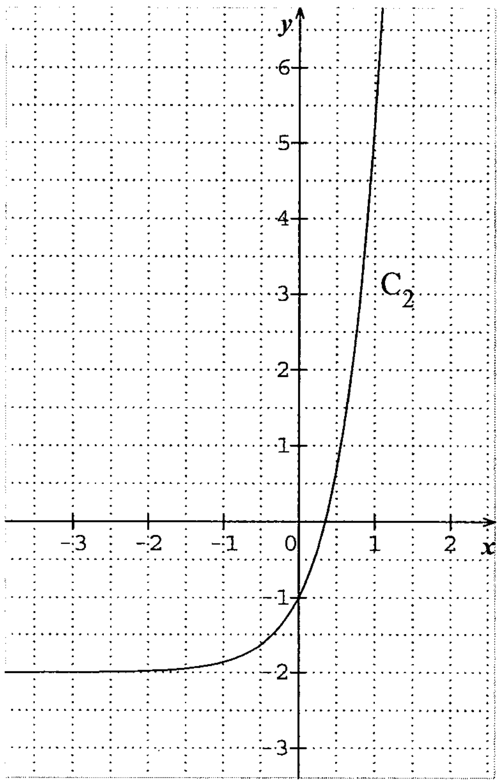
   b. Donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$. Aucune valeur approchée de la (ou des) solution(s) n'est demandée.

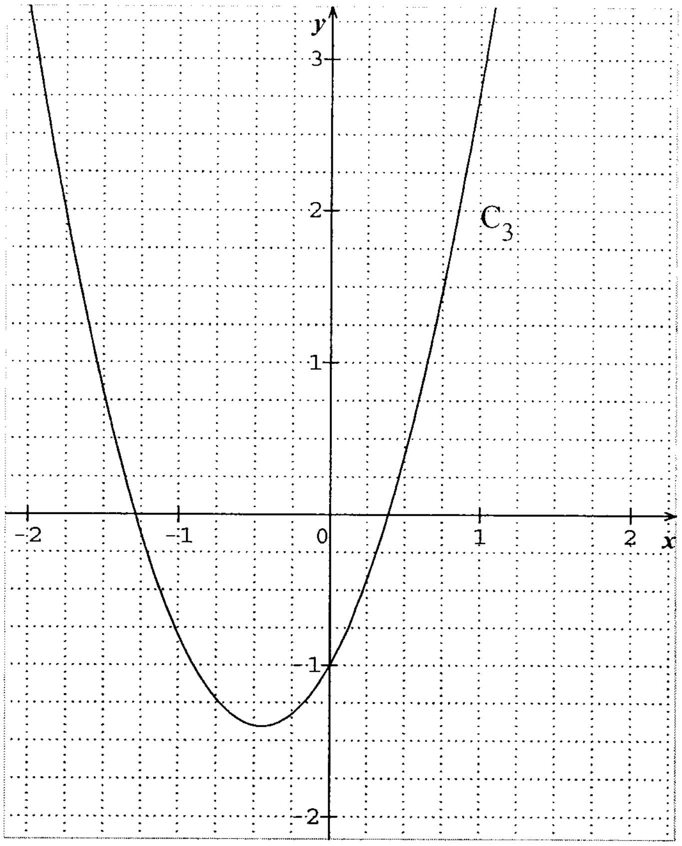
   c. Donner le nombre de solutions de l'équation $f'(x) = 0$. Aucune valeur approchée de la (ou des) solution(s) n'est demandée.

2. Par lecture graphique et en justifiant votre réponse, déterminer $f'(0)$.

3. L'une des deux courbes C1, C2, C3 ci-après est la courbe de la fonction f', fonction dérivée de la fonction f. En justifiant votre réponse, éliminer les deux courbes qui ne peuvent pas représenter f'.


y
C_1
C_1
2
1
0
−2
−1
1
2
x


y
6
5
4
3
2
1
0
−1
−2
−3
−3
−2
−1
1
2
x
C_2



Partie B

La fonction f étudiée dans la première partie est définie sur $[-2 ; 2]$ par:

$$f(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - 2x - 1,5.$$

1. Calculer $f(0)$.

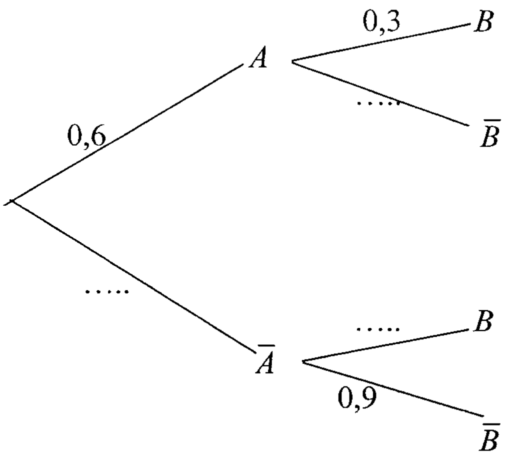
2. On note f' la fonction dérivée de f.

a. Calculer $f'(x)$.

b. Résoudre dans $[-2 ; 2]$, l'inéquation $e^{2x} - 2 \geq 0$.

c. En déduire l'intervalle sur lequel la fonction f est croissante.

ANNEXE 1 (exercice 2)
À rendre avec la copie

	Probabilité du résultat
	$p(A\cap B)=0{,}18$ $p(A\cap \overline{B})=$ .... $p(\overline{A}\cap B)=$ .... $p(\overline{A}\cap \overline{B})=$ ....

ANNEXE 2 (exercice 3)
À rendre avec la copie