

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

PHYSIQUE APPLIQUÉE

SESSION 2001

Série : Sciences et technologies industrielles

Spécialité : Génie Électrotechnique

Durée : 4 heures Coefficient : 7

L'emploi de toutes les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique est autorisé à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante (circulaire n°99-186 du 16-11-1999).

Le sujet est composé de deux problèmes pouvant être traités de façon indépendante.

Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte 8 pages numérotées de 1 à 8 dont les documents-réponses pages 6, 7 et 8 sont à rendre avec la copie

Il est rappelé aux candidats que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

STI Génie Electrotechnique - Sciences Physiques et Physique Appliquée –

REPERE : 1 PYETME1

PAGE : 1/8

PROBLEME N°1

Etude d'un moteur asynchrone

Un moteur asynchrone triphasé possède 4 pôles. Il est couplé en étoile. Dans tout le problème, il entraîne une machine lui imposant un couple résistant constant de moment $T_r = 50 \text{ N.m}$.

1. En ne négligeant aucun type de pertes, compléter le schéma du bilan des puissances du moteur (Document réponse n°1 page 6). Préciser les notations utilisées en nommant toutes les puissances.

Les pertes mécaniques (p_m) sont suffisamment faibles pour qu'elles puissent être négligées devant les autres puissances mises en jeu ; ainsi, on peut considérer que le moment (T_u) du couple utile est égal à celui (T_{em}) du couple électromagnétique. On négligera également les pertes (p_{fr}) dans le fer du rotor.

En résumé, dans la suite du problème, on pourra écrire :

- $p_m \approx 0 \text{ W}$
- $T_u \approx T_{em}$
- $p_{fr} \approx 0 \text{ W}$

La résistance mesurée entre deux bornes du stator, les enroulements étant couplés, est $R = 1,0 \Omega$.

2. Le moteur est alimenté par un réseau de tensions triphasé équilibré 230 V/400 V, 50 Hz. Dans ces conditions, il est traversé par un courant de ligne d'intensité $I = 17 \text{ A}$. Les pertes dans le fer du stator ont pour valeur $p_{fs} = 200 \text{ W}$ et la partie utile de la caractéristique du couple utile T_u (en N.m) en fonction de la fréquence de rotation n (en tr.min^{-1}) est donnée sur le document réponse n°5 page 8.

2.1. Déterminer la fréquence n_s de synchronisme (en tr.min^{-1}).

2.2. En utilisant la caractéristique, déterminer la fréquence n de rotation en charge.

2.3. En déduire la valeur g du glissement en charge.

2.4. Calculer la puissance utile P_u du moteur.

2.5. Calculer les pertes par effet Joule p_{JS} au stator.

2.6. Calculer la puissance transmise P_{tr} au rotor. En déduire les pertes par effet Joule p_{Jr} au rotor.

2.7. Calculer la puissance P_a reçue par le moteur.

2.8. En déduire son facteur de puissance $\cos\phi$ et son rendement η .

2.9. Compléter le schéma de montage (document réponse n°2 page 6) avec tous les appareils nécessaires pour mesurer, lors de l'essai en charge :

l'intensité I du courant de ligne,
la tension U entre phases,

- la puissance P_a reçue par le moteur (on dispose de deux wattmètres W_1 et W_2 qui indiquent des puissances P_1 et P_2)

2.10. Exprimer la puissance P_a reçue par le moteur en fonction de P_1 et P_2 .

3. On se propose maintenant de faire varier la fréquence de rotation du moteur. Pour cela, on utilise un onduleur qui permet de réaliser la condition $\frac{U}{f} = \text{constante}$.

3.1. Pour une fréquence $f = 35$ Hz, tracer la partie utile de la caractéristique $T_u(n)$ du moteur sur le document réponse n°5 page 8.

3.2. En déduire les nouvelles valeurs de la fréquence de rotation du moteur en charge et du glissement.

3.3. A quelle fréquence faudrait-il alimenter le moteur pour obtenir un point de fonctionnement à :

- $T_u = 50$ N.m
- $n = 1200$ tr.min⁻¹

3.4. En déduire la tension d'alimentation correspondante.

PROBLÈME N°2

On se propose d'étudier dans un premier temps le fonctionnement d'un onduleur, puis un montage à amplificateurs opérationnels qui permet de contrôler la tension délivrée par la batterie de l'onduleur.

Première partie : Étude de l'onduleur

On considère l'onduleur de la figure n°1 page 5 qui alimente une charge inductive équivalente l'association en série d'une résistance $R = 100 \Omega$ avec une bobine parfaite d'inductance L . On donne $V_{BAT} = 220$ V. Les interrupteurs électroniques sont considérés parfaits.

1. On a relevé la tension $u(t)$ aux bornes de la charge et l'intensité $i(t)$ du courant qui la traverse (cf. figure n°3 page 7).
Pour cela, on a utilisé un oscilloscope à entrées différentielles et une sonde de courant de rapport 100 mV/A. Déterminer la période puis la fréquence de la tension délivrée par l'onduleur.
2. Proposer le schéma du montage qui a permis de relever $u(t)$ et $i(t)$ (on ne représentera que la charge de l'onduleur). Indiquer la correspondance entre $u(t)$, $i(t)$ et les voies A et B de l'oscilloscope.
3. Quelle est la valeur efficace U de la tension $u(t)$ (aucune démonstration n'est exigée) ?
4. Des deux éléments R et L , quel est celui qui consomme de la puissance active ? La valeur efficace de l'intensité du courant dans la charge est $I = 0,9$ A. Calculer la puissance active consommée par la charge.

5. En utilisant les oscillogrammes de $u(t)$ et $i(t)$, compléter les deux premières lignes du tableau du document réponse n°3 page 7.
6. Donner l'expression littérale de la puissance instantanée $p(t)$ transférée à la charge. Compléter la dernière ligne du tableau en indiquant son signe pendant les différents intervalles de temps.
7. Exprimer $i_{\text{BAT}}(t)$ en fonction de $i(t)$:
 - a. lorsque $u(t) > 0$;
 - b. lorsque $u(t) < 0$.
8. Utiliser la question précédente pour tracer $i_{\text{BAT}}(t)$ sur le document réponse n°4 page 7.

Deuxième partie : Étude du contrôleur de tension

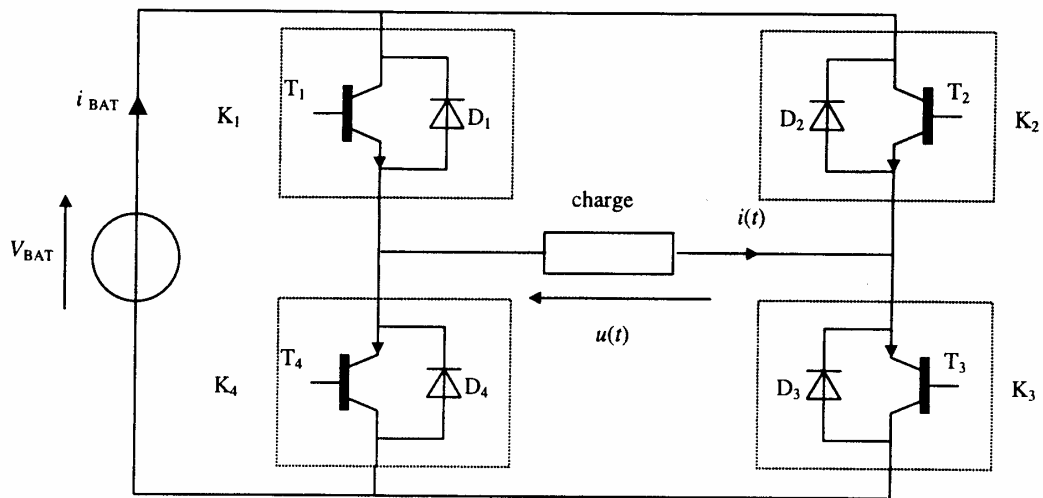
Pour contrôler la tension délivrée par la batterie, on utilise le dispositif de la figure n°2 page 5 qui permettra de commander un système de recharge de la batterie. Le but est de conserver une tension $V_{\text{BAT}} = 220\text{V}$ à $\pm 10\%$.

La diode zéner Dz permet d'élaborer une tension de référence $V_Z = 4,7\text{ V}$. Cette diode est limitée en courant à $I_{Z_{\text{max}}} = 200\text{ mA}$.

Les amplificateurs opérationnels sont supposés parfaits et alimentés en $\pm 15\text{ V}$ (les tensions de saturations sont $V_{\text{sat}+} = +15\text{ V}$ et $V_{\text{sat}-} = -15\text{ V}$).

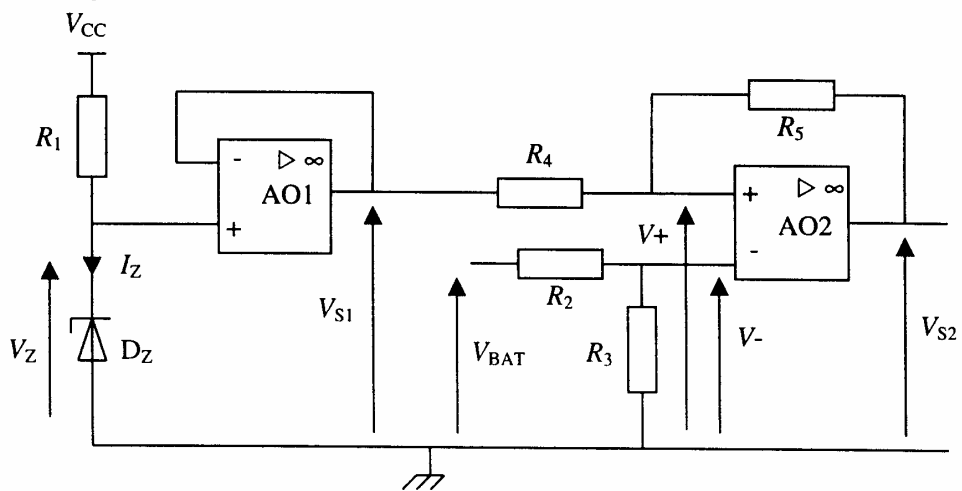
1. Calculer la valeur de R_1 qui permet de limiter l'intensité du courant qui traverse Dz à $I_{Z_{\text{max}}}$.
2. L'amplificateur opérationnel n°1 fonctionne-t-il en régime linéaire ou en régime non linéaire ? Justifier la réponse.
3. Exprimer la tension V_{S1} en fonction de V_Z .
4. L'amplificateur opérationnel n°2 fonctionne-t-il en régime linéaire ou en régime non linéaire ? Justifier la réponse.
5. Exprimer V_- en fonction de V_{BAT} , R_1 et R_3 . En déduire sa valeur numérique.
6. Exprimer V_+ **en fonction de** V_{S1} , V_{S2} , R_4 et R_5 .
7. En se référant aux questions précédentes, montrer que V_+ peut s'écrire :

$$V_+ = V_Z \frac{R_5}{R_4 + R_5} + V_{S2} \frac{R_4}{R_4 + R_5}$$
8. Quelle est la valeur de V_{S2} lorsque $V_+ > V_-$? En déduire l'expression de V_+ correspondante. Calculer sa valeur numérique. On notera cette valeur V_2 .
9. Quelle est la valeur de V_{S2} lorsque $V_+ < V_-$? En déduire l'expression de V_+ correspondante. Calculer sa valeur numérique. On notera cette valeur V_1 .
10. Quelles sont les valeurs de V_{BAT} qui vont déclencher le changement de la tension de sortie de l'amplificateur opérationnel n° 2 ?
Est-ce correct étant donné le but fixé ?



Chaque interrupteur K est composé de deux éléments : une diode et un transistor montés en dérivation.

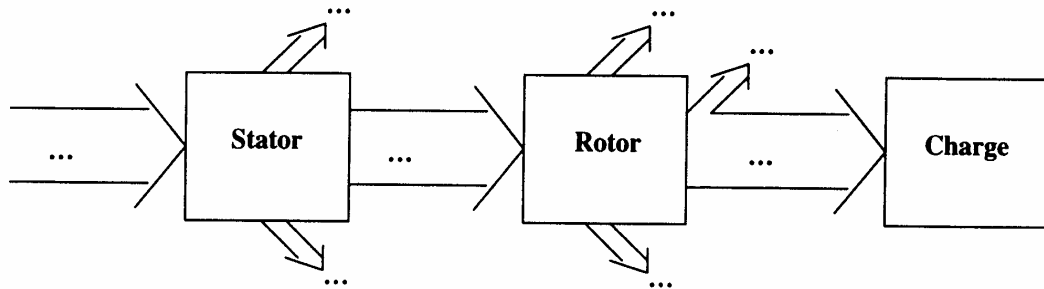
Figure n°1



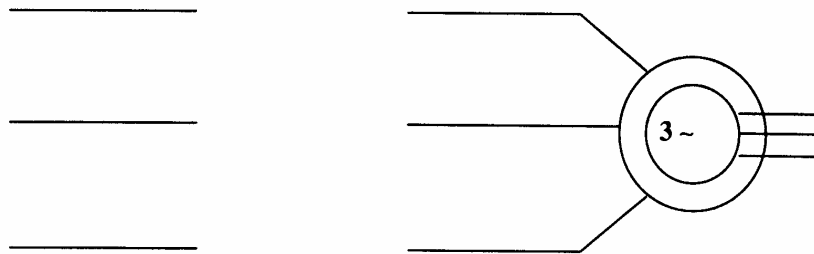
On donne : $R_2 = 55 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 1,2 \text{ k}\Omega$, $R_4 = 1,0 \text{ k}\Omega$ et $R_5 = 40 \text{ k}\Omega$.
 $V_{CC} = 15 \text{ V}$

Figure n°2

DOCUMENT À RENDRE ET À AGRAFER À LA COPIE

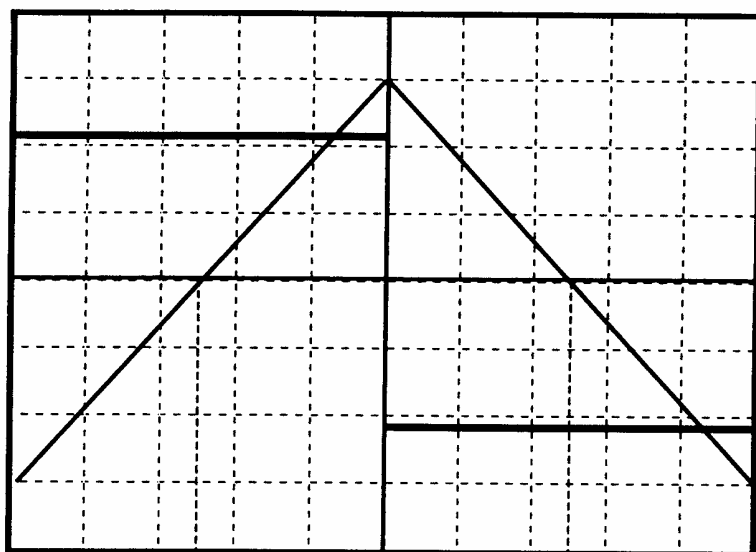


Document réponse n°1



Document réponse n°2

DOCUMENT À RENDRE ET À AGRAFER À LA COPIE



Calibres :
 Voie A : 100 V/div
 Voie B : 50 mV/div
 Base de temps : 20 μ s/div

Figure n°3

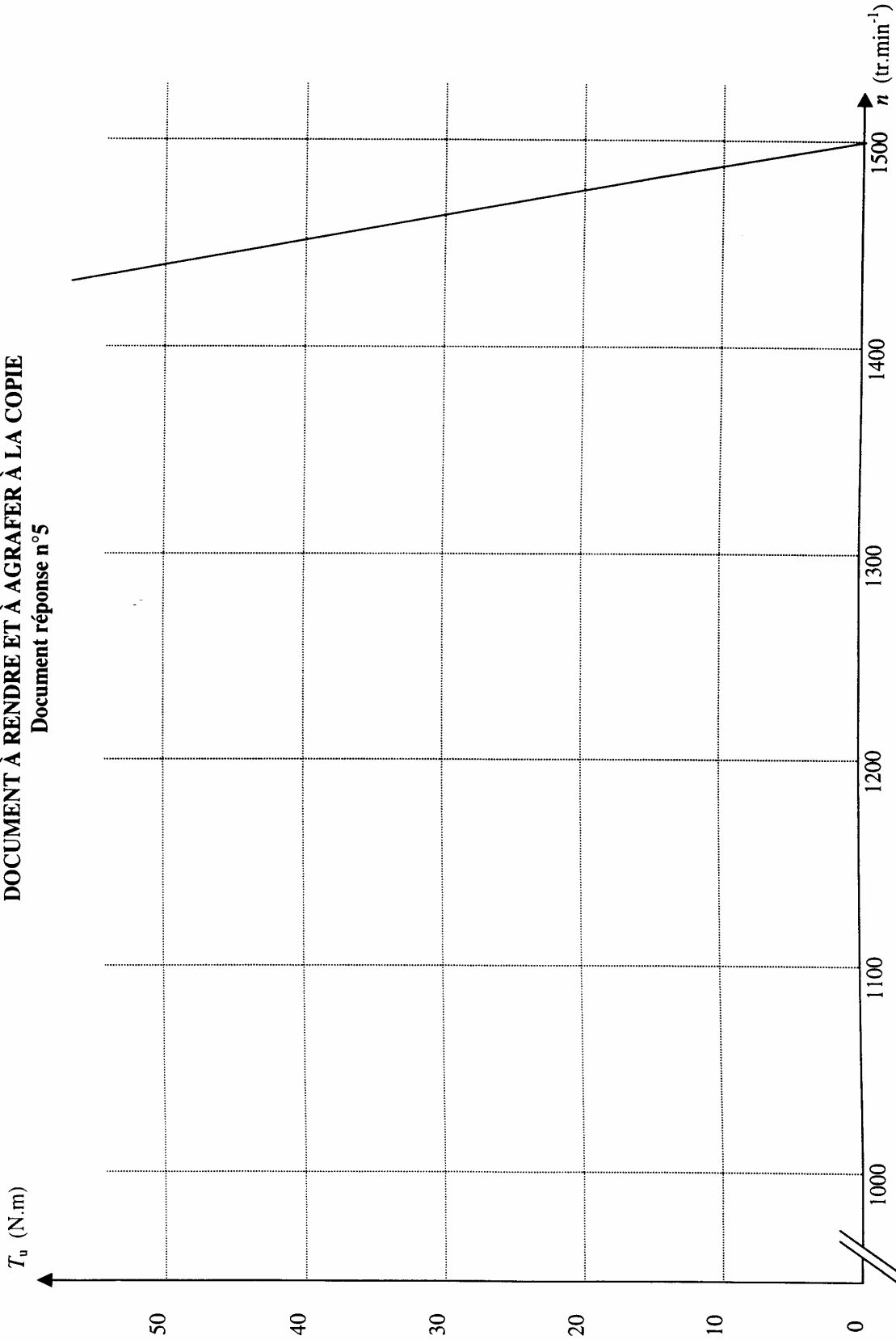
	Interrupteur(s) commandé(s) (K_i)
	Elément(s) passant(s) (T_i ou D_i)
	Signe de la puissance $p(t)$

Document réponse n°3



Document réponse n°4

DOCUMENT À RENDRE ET À AGRAFER À LA COPIE
Document réponse n° 5

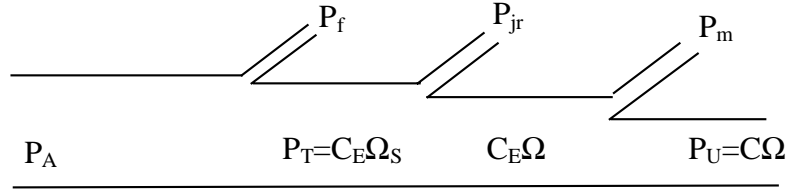


Eléments de correction

Partie A

A1.1 $N_S=1500 \text{ tr/mn}$ $\Omega_S=157,1 \text{ rd/s}$ $g_N=1\%$

A1.2



A1.3 $C_N=P_U/\Omega=1929,1\text{Nm}$ $C_m=P_m/\Omega=6,431\text{Nm}$ $C_{EN}=(P_U+P_m)/\Omega=1935,6\text{Nm}$
 $C_{EM}=3871\text{Nm}$ $C_{ED}=1548,5\text{Nm}$

A1.4 $P_{TN}=C_{EN}\Omega_S=304043\text{W}$ $P_{jn}=P_{TN}-C_{EN}\Omega_N=g_N P_{TN}=3041\text{W}$

A1.5 $P_{AN}=P_{UN}/\eta_N=312500\text{W}$ $P_{fN}=P_{AN}-P_{TN}=8457\text{W}$

A1.6 En régime nominal, la fréquence rotorique vaut 0,5Hz. Les pertes par hystérésis sont proportionnelles à la fréquence et les pertes par courant de Foucault au carré de la fréquence. Les pertes fer sont donc beaucoup plus faibles au rotor qu'au stator.

A2.1 $P_f=3V_S^2/R_\mu$ $R_\mu=18,8\Omega$

A2.2 $P_T=C_E\Omega_S=3(R'_R/g)I_R^2$ $I_R = \frac{V_S}{\sqrt{X'^2+(R'_R/g)^2}}$ $C_E = \frac{3V_S^2}{\Omega_S} \cdot \frac{gR'_R}{(gX')^2 + R'^2_R}$

A2.3 Le couple maximal est obtenu pour $R'_R=\pm gX'$ $C_{EM} = \pm \frac{3V_S^2}{\Omega_S} \cdot \frac{1}{2X'}$

A2.4 $X' = \frac{3V_S^2}{\Omega_S} \cdot \frac{1}{2C_{EM}} = 0,1305\Omega$

A2.5 $P_{TN} = 3RI_{RN}^2 = 3R \frac{V_S^2}{R^2 + X'^2}$ $P_{TN}R^2 + P_{TN}X'^2 - 3RV_S^2 = 0$
 $R^2 - 0,521897R + 0,017025 = 0$

A2.6 Les deux racines de l'équation sont $R_1=0,486933\Omega$ et $R_2=0,034964\Omega$

A2.7 Le facteur de puissance est relativement élevé (0,84), la racine qui a un sens physique doit donc avoir une valeur nettement supérieure à X' . $R'_R = g_N R_1 = 4,869\text{m}\Omega$

$$A2.8 \quad I'_R = \frac{V_s}{\sqrt{R'^2 + X'^2}} = 456,27A \quad Q'_N = 3X'I'^2_R = 81504VAR$$

$$A2.9 \quad Q_{X\mu} = P_{AN} \operatorname{tg}\varphi_N - Q_{X'} = 120352VAR \quad X_\mu = \frac{3V_s^2}{Q_{X\mu}} = 1,318\Omega$$

A2.10 $P_{TN} = 3 \frac{R'_R}{g_N} I'^2_{RN} = 304091W$ pour 304083W à la question A1.4. L'écart est du aux arrondis des applications numériques.

$$A3.1 \quad \text{Le point de démarrage est obtenu pour } g=1. \quad C_{ED} = \frac{3V_s^2}{\Omega_s} \cdot \frac{R'_R}{(X')^2 + R'^2_R} = 288,4Nm$$

A3.2 Le courant de démarrage peut être obtenu en faisant un bilan des puissances (méthode de Boucherot)

$$I'_{RD} = \frac{V_s}{\sqrt{R'^2_R + X'^2}} = 1761,23A$$

$$\text{Puissance active transmise au rotor} \quad P_{TD} = 3R'_R I'^2_R = 45309,7W$$

$$\text{Puissance réactive transmise au rotor} \quad Q_{TD} = 3X'I'^2_R = 1,2144MVAR$$

$$\text{Pertes fer} \quad P_f = 3 \frac{V_s^2}{R_\mu} = 8419W$$

$$\text{Puissance réactive magnétisante} \quad Q_{X\mu} = 3 \frac{V_s^2}{X_\mu} = 120410VAR$$

$$\text{Total : } P=53729W ; \quad Q=1,3348MVAR \quad S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 1,336MVA \quad I_D = \frac{S}{3V_s} = 1936A$$

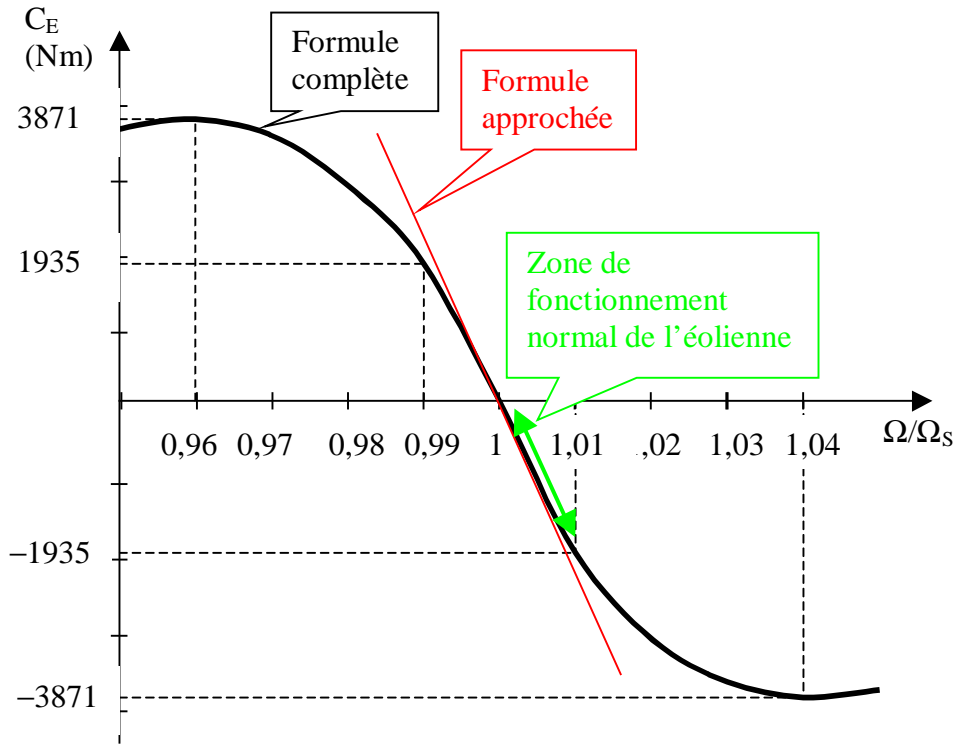
A3.3 Le couple de démarrage réel est beaucoup plus important que le celui calculé en utilisant le schéma équivalent. La valeur réelle de R'_R est donc plus forte que celle précédemment déterminée car l'effet pelliculaire des courants rotoriques réels n'est pas pris en compte. En réalité R'_R augmente lorsque la vitesse diminue. Les valeurs du schéma équivalent précédemment déterminées ne sont valables que pour les faibles valeurs de la fréquence rotorique donc du glissement.

A3.4 Pour étendre le domaine de validité du modèle on peut imaginer introduire un paramètre R'_R variable en fonction du glissement. Le point de démarrage peut aisément donner $R'_R(g=1)$. Connaissant deux valeurs de la fonction $R'_R(g)$, il est possible de faire une interpolation linéaire entre les deux points connus.

A4.1 Lorsque le glissement est faible, le terme $(gX')^2$ peut être négligé devant R'^2_R dans la formule du couple, on obtient alors

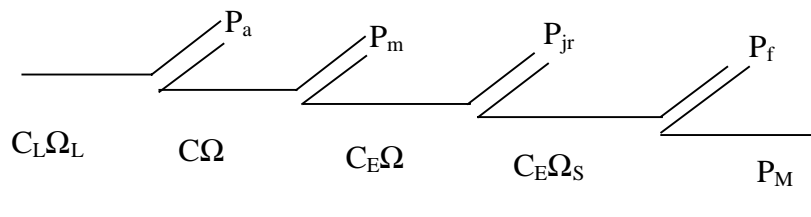
$$C_E = \frac{3V_S^2}{\Omega_S R'_R} g$$

A4.2



A4.3 pour $|g|=1\%$, la formule exacte donne $|C_E|=1892\text{Nm}$ et la formule approchée $|C_E|=2020\text{Nm}$. L'erreur absolue vaut 128Nm l'erreur relative est de $6,8\%$.

A4.4



A4.5

$$C = C_L/m + C_a = -1888,6\text{Nm}$$

$$C_E = C + C_m = -1882,2\text{Nm}$$

$$g = \frac{C_E \Omega_S R'_R}{3V_S^2} = -0,93\%$$

$$\Omega = \Omega_S(1-g) = 158,5 \text{ rd/s} \quad N = 1513,9 \text{ tr/mn}$$

$$N_L = N/m = 43,26 \text{ tr/mn}$$

$$\Omega_L = 4,53 \text{ rd/s}$$

$$P_M = C_E \Omega_S + P_f = -287300 \text{ W}$$

A4.6

$$I'_R = \sqrt{\frac{C_E \Omega_S g}{3R'_R}} = 428\text{A}$$

$$Q_M = \frac{3V_S^2}{X_\mu} + 3X'I_R^2 = +193600\text{VAR}$$

$$S_M = \sqrt{P_M^2 + Q_M^2} = 346450 \text{ VA} \quad I_S = \frac{S_M}{3V_S} = 502 \text{ A} \quad \cos \varphi = \frac{P_M}{S_M} = -0,83$$

A4.7

$$\varphi = 146^\circ$$

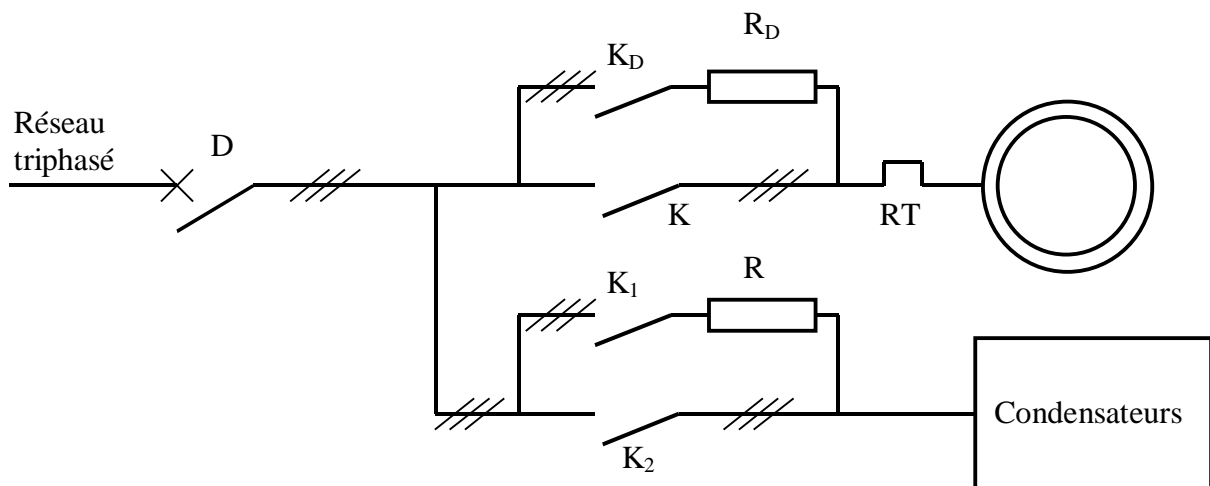


A4.8

Pour minimiser le courant en ligne il faut annuler la puissance réactive totale en ajoutant une batterie de condensateurs qui fournit $Q_C = -193600 \text{ VAR}$. Lorsque les trois condensateurs sont couplés en triangle on a :

$$Q_C = -3U_S^2 C \omega \quad C = \frac{-Q_C}{3U_S^2 \omega} = 1295 \mu\text{F} \quad J_C = U_S C \omega = 162 \text{ A}$$

A4.9



D : Disjoncteur magnétothermique général

K, K_D : Contacteurs de connexion de la machine asynchrone

RT : Relais thermique réglé au courant nominal de la machine

K_1, K_2 : Contacteurs de connexion de la batterie de condensateurs

Procédure :

- Placer les pales de l'éolienne en position neutre.
- Fermer D.
- Fermer K_D puis K lorsque la vitesse de la machine est proche de la vitesse nominale.
- Ouvrir K_D .
- Fermer K_1 puis K_2 après une dizaine de constante de temps (RC).
- Ouvrir K_1 .
- Agir sur le mécanisme d'orientation des pales pour accroître la puissance fournie à la machine asynchrone.

Partie B

B1.1 Une source de tension réversible en courant impose la tension quel que soit la valeur du courant et son sens. Elle peut donc fournir de l'énergie ou en recevoir. Pour établir la nature de la source il faut préciser l'ordre de grandeur des temps considéré. Par exemple un condensateur de capacité C peut être considéré comme une source de tension débitant le courant I pour un intervalle de temps Δt court. Lorsqu'on admet une erreur Δv , il faut :

$$\Delta t \ll C \frac{\Delta v}{I}$$

Le réseau EDF peut être considéré comme une source de tension réversible pour les intervalles de temps longs mais pas pour les temps courts à cause de l'inductance interne.

Un redresseur suivi d'un filtre LC est une source de tension réversible pour les temps courts mais pas pour les temps longs.

B1.2 Pour ne pas court-circuiter la source de tension ni ouvrir la source de courant, il faut :

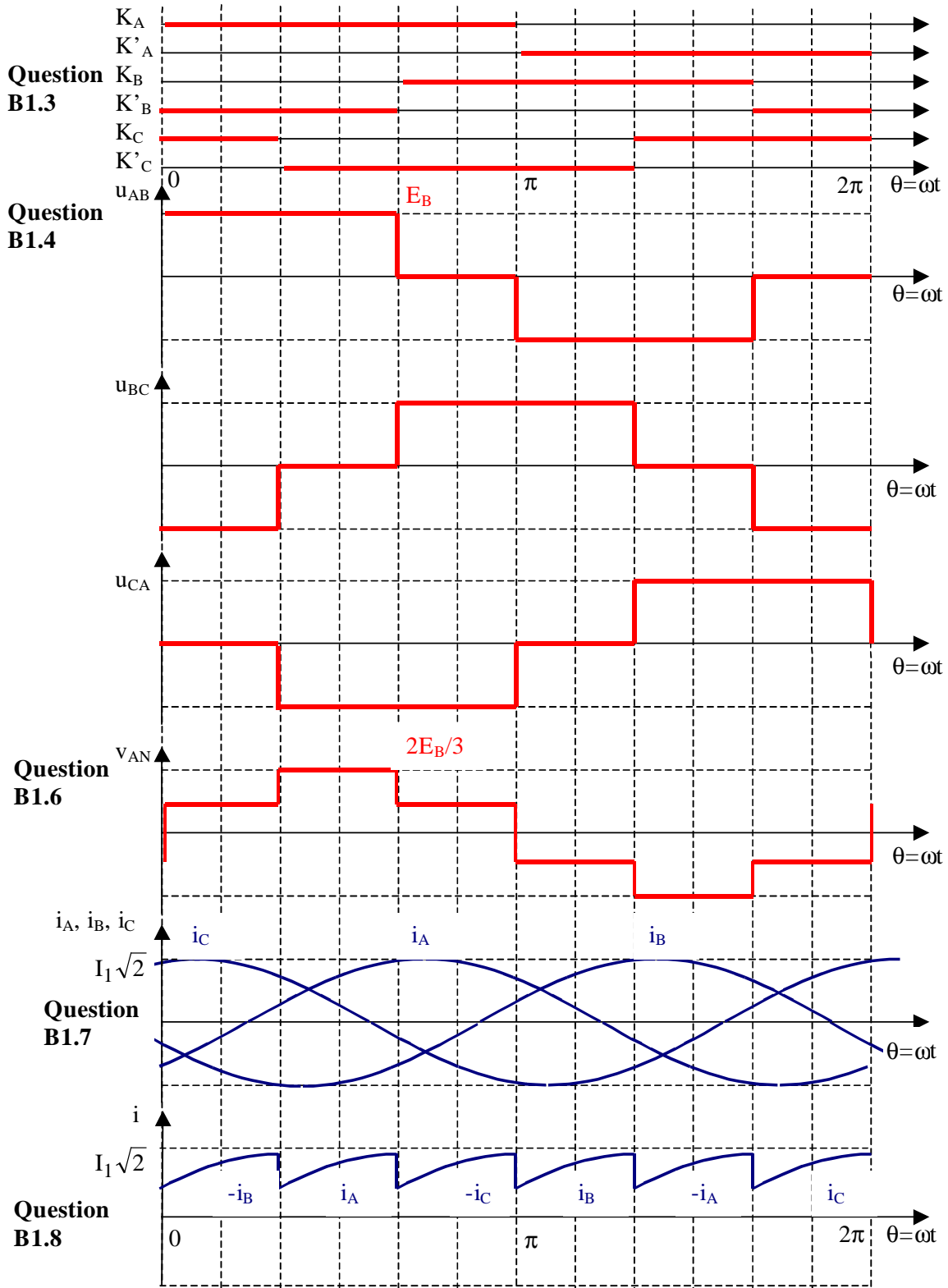
$$K'_A = \bar{K}_A \qquad K'_B = \bar{K}_B \qquad K'_C = \bar{K}_C$$

B1.5

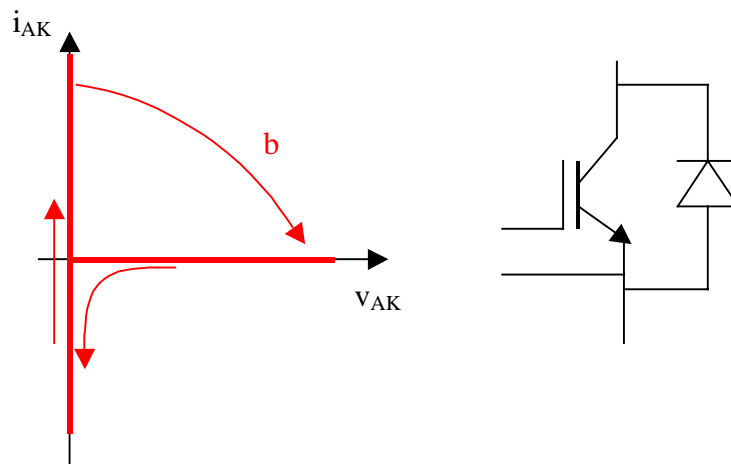
Rang	Séquence	Valeur efficace
1	Directe	$U_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{4\sqrt{3}}{\pi} E_B = \frac{\sqrt{6}}{\pi} E_B$
5	Inverse	$U_1/5$
7	Directe	$U_1/7$
11	Inverse	$U_1/11$
13	Directe	$U_1/13$

$$u_{AB} = \frac{2E_B\sqrt{3}}{\pi} \left[\cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{5} \cos 5\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) + \frac{1}{7} \cos 7\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{11} \cos 11\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) + \frac{1}{13} \cos 13\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) - \dots \right]$$

Cette relation est définie avec l'origine des temps prise à l'instant de la fermeture de K_A .



B1.9



B1.10

$$E_B = \frac{\pi}{\sqrt{6}} V_1 \sqrt{3} = 510,9V$$

B1.11

$$P = 3V_1 I_1 \cos \varphi_1 = \sqrt{3} \frac{\sqrt{6}}{\pi} E_B I_1 \cos \varphi_1$$

$$\langle i \rangle = \frac{P}{E_B} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} I_1 \cos \varphi_1$$

B2.1 Charge équivalente à l'ensemble « éolienne - charge réelle » vue par l'onduleur

$$Q_{CH} = P_{CH} \operatorname{tg} \varphi_{CH} = 150 \text{ kVAR}$$

Point 1 :

$$P = -100 \text{ kW} ; Q = +350 \text{ kVAR} ; S = 364 \text{ kVA} ; I_1 = 527 \text{ A} ; \cos \varphi_1 = -0,275 ; \varphi_1 = 106^\circ$$

Point 2 :

$$P = +177 \text{ kW} ; Q = +273 \text{ kVAR} ; S = 325 \text{ kVA} ; I_1 = 472 \text{ A} ; \cos \varphi_1 = 0,545 ; \varphi_1 = 57^\circ$$

B2.2 Courant moyen dans la batterie $\langle i \rangle = P/E_B$

Point 1 : $\langle i \rangle = -196,1 \text{ A}$ charge

point 2 : $\langle i \rangle = +347 \text{ A}$ décharge

B2.3 Capacité de la batterie : 3470 Ah

B2.4 Dimensionnement des interrupteurs électroniques

$$\text{Courant : } 1,2 I_1 \sqrt{2} = 894 \text{ A} \quad \text{Tension : } 1,3 E_B = 663 \text{ V}$$

B2.5 $Q_C = -250 \text{ kVAR} ; Q_{CH} = 150 \text{ kVAR}$

$$\text{Point 1 : } P = -100 \text{ kW} ; Q = +100 \text{ kVAR} ; S = 141,4 \text{ kVA} ; I_1 = 205 \text{ A} ;$$

$$\text{Point 2 : } P = +177 \text{ kW} ; Q = +23 \text{ kVAR} ; S = 178 \text{ kVA} ; I_1 = 258 \text{ A} ;$$

Dimensionnement des interrupteurs électroniques

$$\text{Courant : } 1,2 I_1 \sqrt{2} = 438 \text{ A} \quad \text{Tension : } 1,3 E_B = 663 \text{ V}$$

B2.6 La règle d'alternance des sources n'est plus respectée, les interrupteurs seront détruits à la première fermeture par une pointe de courant qui ne sera limitée que par les inductances parasites du circuit. Il convient d'ajouter une inductance en série avec les condensateurs de façon à changer la source de tension en source de courant pour les temps de l'ordre de grandeur des temps de commutation. Il faut cependant éviter d'exciter les circuits résonants formés par les inductances ajoutées et les condensateurs en fixant la fréquence de résonance à une valeur différente des harmoniques produits par l'onduleur. La fréquence de résonance doit être beaucoup plus petite que l'inverse du temps de montée du courant dans un composant. Le dimensionnement en courant des interrupteurs électroniques est à revoir en tenant compte de la valeur de l'inductance choisie.

B2.7

$$\sin(\omega t - \varphi_1) = \frac{1}{2j} \left[e^{j\omega t} e^{-j\varphi_1} - e^{-j\omega t} e^{j\varphi_1} \right]$$

$$\sin\left(\omega t - \varphi_1 - \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{1}{2j} \left[e^{j\omega t} a^2 e^{-j\varphi_1} - e^{-j\omega t} a e^{j\varphi_1} \right]$$

$$\sin\left(\omega t - \varphi_1 - \frac{4\pi}{3}\right) = \frac{1}{2j} \left[e^{j\omega t} a e^{-j\varphi_1} - e^{-j\omega t} a^2 e^{j\varphi_1} \right]$$

$$\underline{i} = \frac{2}{3} I_1 \sqrt{2} \frac{1}{2j} \left[e^{j\omega t} e^{-j\varphi_1} - e^{-j\omega t} e^{j\varphi_1} + e^{j\omega t} a^2 e^{-j\varphi_1} - e^{-j\omega t} a e^{j\varphi_1} + e^{j\omega t} a e^{-j\varphi_1} - e^{-j\omega t} a^2 e^{j\varphi_1} \right]$$

Comme $1+a+a^2=0$, il vient :

$$\underline{i} = I_1 \sqrt{2} \frac{1}{j} e^{j(\omega t - \varphi_1)} = I_1 \sqrt{2} e^{j(\omega t - \varphi_1 - \pi/2)}$$

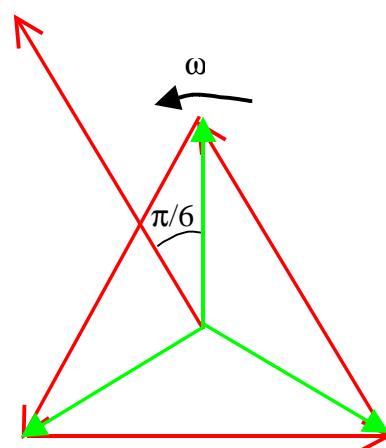
B2.8 La série de Fourier de la question B1.5 permet d'écrire :

$$\underline{u} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} E_B \left[e^{j(\omega t - \pi/3)} - \frac{1}{5} e^{-j5(\omega t - \pi/3)} + \frac{1}{7} e^{j7(\omega t - \pi/3)} - \frac{1}{11} e^{-j11(\omega t - \pi/3)} + \frac{1}{13} e^{j13(\omega t - \pi/3)} - \dots \right]$$

Cette expression tient compte des inversions de la séquence.

B2.9 Pour passer des tensions composées aux tensions simples, il faut diviser le module par $\sqrt{3}$ et déphaser de $\pi/6$ en retard.

$$\underline{u} = \frac{2}{\pi} E_B e^{-j\pi/6} \left[e^{j(\omega t - \pi/3)} - \frac{1}{5} e^{-j5(\omega t - \pi/3)} + \frac{1}{7} e^{j7(\omega t - \pi/3)} - \frac{1}{11} e^{-j11(\omega t - \pi/3)} + \frac{1}{13} e^{j13(\omega t - \pi/3)} - \dots \right]$$



B2.10 La puissance instantanée est donnée par :

$$p = \frac{3}{2} I_1 \sqrt{2} \frac{2}{\pi} E_B \operatorname{Re} \left\{ e^{-j\pi/6} \left[e^{j(\omega t - \pi/3)} - \frac{1}{5} e^{-j5(\omega t - \pi/3)} + \frac{1}{7} e^{j7(\omega t - \pi/3)} - \frac{1}{11} e^{-j11(\omega t - \pi/3)} + \frac{1}{13} e^{j13(\omega t - \pi/3)} - \dots \right] e^{-j(\omega t - \varphi_1 - \pi/2)} \right\}$$

Après avoir effectué les produits, il vient :

$$p = \frac{3}{\pi} I_1 \sqrt{2} E_B \operatorname{Re} \left\{ e^{j\varphi_1} + e^{-j\pi/6} \left[-\frac{1}{5} e^{j(-6\omega t + \pi/3 + \varphi_1)} + \frac{1}{7} e^{j(7\omega t + \pi/6 + \varphi_1)} - \Lambda \right] \right\}$$

$$p = \frac{3E_B}{\pi} I_1 \sqrt{2} \left\{ \cos \varphi_1 - \frac{1}{5} \cos(-6\omega t + \varphi_1) + \frac{1}{7} \cos(6\omega t + \varphi_1) - \frac{1}{11} \cos(-12\omega t + \varphi_1) + \frac{1}{13} \cos(12\omega t + \varphi_1) - \Lambda \right\}$$

B2.11 $i = p/E_B$ avec le même contenu harmonique.

B2.12 Lorsque la charge consomme toute la puissance active produite par l'éolienne, la puissance moyenne fournie par l'onduleur est nulle, φ_1 vaut $\pi/2$. La valeur moyenne du courant fourni par la batterie est nulle. La composante harmonique principale est à $6f=300\text{Hz}$.

$$i \approx \frac{3I_1 \sqrt{2}}{\pi} \left[-\frac{1}{5} \cos(-6\omega t + \pi/2) + \frac{1}{7} \cos(6\omega t + \pi/2) \right] = \frac{3I_1 \sqrt{2}}{\pi} \left[-\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right] \sin(6\omega t)$$

On en déduit la valeur efficace de la composante principale

$$I \approx I_6 = \frac{3I_1 \sqrt{2}}{\pi} \frac{12}{35} \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Pour un fonctionnement à pleine puissance de l'éolienne ($P_M = -300\text{kW}$, $Q_M = 200\text{kVAR}$, $P_{CH} = +300\text{kW}$) sur une charge qui a un facteur de puissance de 0,8 AR, la puissance réactive fournie par l'onduleur vaut :

$$Q = P_{CH} \operatorname{tg}(\varphi_{CH}) + Q_M = 225 + 200 = 425\text{kVAR}$$

$$I_1 = 615,9\text{A}$$

$$I_6 = 201,6\text{A}$$

$$Z_C = \frac{0,05 \times 510}{201,6} = 0,126\Omega$$

$$C = \frac{1}{0,126 \times 2\pi \times 300} = 4195\mu\text{F}$$

B2.13 Il faut adapter en permanence l'orientation des pales du rotor de l'éolienne pour que la puissance fournie par le vent soit exactement égale à la puissance consommée par la charge. Le condensateur sert de réservoir d'énergie pour compenser de faibles écarts pendant le temps de réponse du système de régulation de la position des pales. La tension à ses bornes peut servir de signal d'erreur : elle croît lorsque la puissance fournie est trop importante, elle décroît dans le cas contraire. Pour fonctionner correctement, le système de régulation doit être rapide devant la constante de temps introduite par la présence du condensateur il faudra donc une capacité très supérieure à la valeur calculée précédemment.

B2.14 Au démarrage, la tension aux bornes du condensateur est nulle, l'onduleur ne produit donc pas la puissance réactive nécessaire à magnétiser la machine. Il faut donc une source auxiliaire d'énergie.

Pour monter en vitesse il faut éviter les surintensités en travaillant à v/f constant.

Questions B3.1, B3.2 et B3.3

Rang (n)	fréquence (f)	Vitesse de synchronisme (Ns _n)	Glissement (g _n)	R _μ	X _μ	X'	R' _{R/g_n}
1	50 Hz	1500 tr/mn	-1% < g ₁ < 1%	19 Ω	1,3 Ω	0,13 Ω	> 0,5 Ω
5	250 Hz	-7500 tr/mn	1,2	19 Ω	6,5 Ω	0,65 Ω	4,16 mΩ
7	350 Hz	+10500 tr/mn	0,857	19 Ω	9,1 Ω	0,91 Ω	5,8 mΩ
11	550 Hz	-16500 tr/mn	1,091	19 Ω	14,3 Ω	1,43 Ω	4,58 mΩ
13	650 Hz	+19500 tr/mn	0,923	19 Ω	16,9 Ω	1,69 Ω	5,42 mΩ

B3.4 Le schéma équivalent peut être simplifié, il se déduit à la réactance X' car R_μ et X_μ sont grands devant X' alors que R'_{R/g_n} est petit devant X'.

B3.5

Rang	5	7	11	13
Tension efficace (V)	230/5	230/7	230/11	230/13
X' (Ω)	0,65	0,91	1,43	1,69
courant (A)	70,7	36,1	14,62	10,47

Les courants harmoniques sont en quadrature arrière par rapport aux tensions harmoniques.

B3.6
$$P = 3 \frac{R'_R}{g} \frac{V_{S1}^2}{\left(\frac{R'_R}{g}\right)^2 + X'^2} = -297302 \text{ W}$$

$$Q = 3X' \frac{V_{S1}^2}{\left(\frac{R'_R}{g}\right)^2 + X'^2} + 3 \frac{V_{S1}^2}{X_{\mu}} = 199376 \text{ VAR} \quad \varphi = \arctg \frac{Q}{P} = 146,15^{\circ}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 357965 \text{ VA}$$

$$I_S = \frac{S}{3V_{S1}} = 518,79 \text{ A}$$

B3.7 Flux magnétisant totalisé

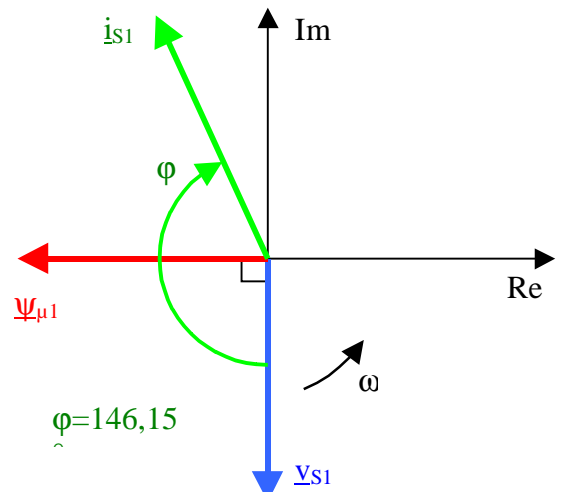
$$|\underline{\Psi}_{\mu 1}| = L_{\mu} I_{\mu} \sqrt{2} = \frac{V_{S1}}{\omega} \sqrt{2} = 1,03536 \text{ Wb}$$

$$|\dot{i}_{S1}| = I_{S1} \sqrt{2} = 733,68 \text{ A}$$

B3.8

$$\underline{v}_{S1} = \frac{2E_B}{\pi} e^{-j\pi/6} e^{j(\omega t - \pi/3)} = 230\sqrt{2} \cdot e^{-j\pi/2} e^{j\omega t}$$

Les trois vecteurs tournent dans le sens direct à la



vitesse ω . $\underline{\psi}_{\mu 1}$ est en quadrature arrière par rapport à \underline{v}_{S1} , \underline{i}_{S1} est en retard de φ par rapport à \underline{v}_{S1}

$$B3.9 \quad C_E = \frac{3}{2} \times 2 \times 1,03536 \times 518,79 \sqrt{2} \times \sin(90^\circ - 146,15^\circ) = -1892,6 \text{ Nm}$$

Par la méthode classique basée sur le bilan des puissances (question A2.2) on obtient :

$$C_E = \frac{3V_S^2}{\Omega_S} \cdot \frac{gR'_R}{(gX')^2 + R'_R{}^2} = \frac{3 \times 230^2 \times -0,01 \times 0,005}{157,1 [0,005^2 + (-0,01 \times 0,13)^2]} = -1892,44 \text{ Nm}$$

Le petit écart s'explique par les arrondis des applications numériques.

$$B3.10 \quad \underline{v}_{S(6k-1)} = \frac{2E_B}{\pi(6k-1)} e^{-j(6k-1)\omega t} e^{j3\pi/2}$$

Compte tenu des simplifications apportées au schéma équivalent, le courant harmonique est en retard de $\pi/2$ par rapport à la tension qui le crée.

B3.11 Composante de couple produite par la composante de rang $6k-1$. L'angle entre le courant et le flux vaut $6k\omega t$.

$$C_{E1(6k)} = \frac{3}{2} p \left| \underline{\psi}_{\mu 1} \right| \cdot \left| \underline{i}_{S(6k-1)} \right| \sin(6k\omega t)$$

B3.12

$$\underline{v}_{S(6k+1)} = \frac{2E_B}{\pi(6k+1)} e^{+j(6k+1)\omega t} e^{-j\pi/2}$$

$$C_{E2(6k)} = \frac{3}{2} p \left| \underline{\psi}_{\mu 1} \right| \cdot \left| \underline{i}_{S(6k+1)} \right| \sin(6k\omega t)$$

$$C_{E(6k)} = C_{E1(6k)} + C_{E2(6k)} = \frac{3}{2} p \left| \underline{\psi}_{\mu 1} \right| \cdot \left[\left| \underline{i}_{S(6k-1)} \right| + \left| \underline{i}_{S(6k+1)} \right| \right] \sin(6k\omega t)$$

Application numérique

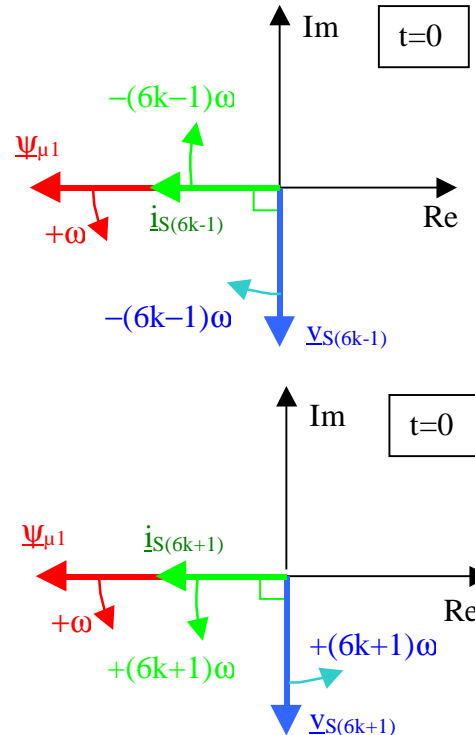
$$k=1 \text{ (300Hz)} \quad \text{Valeur crête du couple : } \hat{C}_{E(6)} = \frac{3}{2} \times 2 \times 1,0354(70,7 + 36,1)\sqrt{2} = 469,1 \text{ Nm}$$

$$k=2 \text{ (600Hz)} \quad \text{Valeur crête du couple : } \hat{C}_{E(12)} = \frac{3}{2} \times 2 \times 1,0354(14,62 + 10,47)\sqrt{2} = 110,2 \text{ Nm}$$

B4 : Onduleur MLI (cette partie porte le repère B3 pour l'option A)

B4.1 Les harmoniques de tension créées par l'onduleur gardent une amplitude élevée mais leurs fréquences sont beaucoup plus grandes. L'impédance de fuites de la machine pour ces fréquences est grande ce qui limite l'amplitude des courants harmoniques.

$$B4.2 \quad 230\sqrt{2} = 0,9 \frac{E_B}{2} \quad E_B = 723 \text{ V.}$$



B4.3 Dimensionnement des IGBT

- Tension : $723 \times 1,3 = 940 \text{ V}$

- Courant : la valeur efficace du courant en ligne vaut 472 A il faut dimensionner l'IGBT pour $1,2 \times 472 \sqrt{2} = 801 \text{ A}$.

B4.4 Pertes par conduction

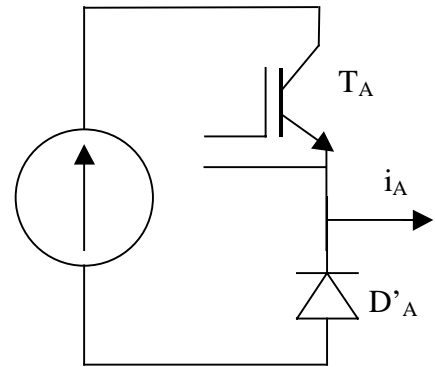
Lorsque le courant est positif, le schéma est réduit à deux composants (T_A, D'_A) comme le montre la figure ci contre. Pour l'alternance négative du courant, les deux autres composants du bras travaillent (T'_A, D_A).

Comme le rapport cyclique varie en permanence, on peut obtenir une estimation des pertes en prenant une valeur moyenne égale à 0,5.

$$P_{C(TA)} = \frac{1}{2} V_{CESAT} \frac{I_1 \sqrt{2}}{\pi} = 212,47 \text{ W}$$

$$P_{C(D'A)} = \frac{1}{2} V_F \frac{I_1 \sqrt{2}}{\pi} = 159,37 \text{ W}$$

Un calcul plus précis faisant intervenir le déphasage du courant par rapport au fondamental de la tension simple n'est pas forcément nécessaire étant donné les tolérances importantes sur les paramètres V_{CESAT} et V_F données par les constructeurs.

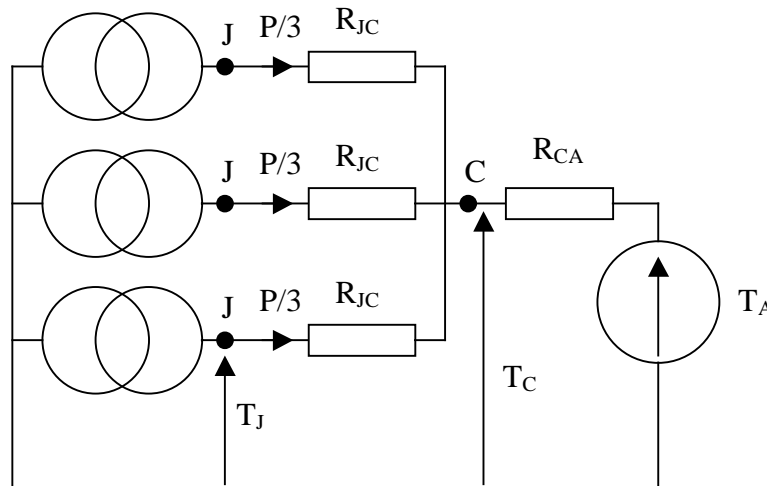


B4.5 Pertes à la commutation dans un IGBT

$$P_{COI} = (W_{ON} + W_{OFF}) f_{MLI} = \frac{1}{2} (t_r + t_f) E_B \frac{I_1 \sqrt{2}}{\pi} f_{MLI} = 307 \text{ W}$$

B4.6 Pertes totales $P = 6 \times 307 + 6 \times 212,47 + 6 \times 159,37 = 4073 \text{ W}$

Le schéma thermique équivalent est le suivant :



$$R_{EQ} = \frac{T_J - T_A}{P} = \frac{150 - 50}{4073} = 0,0245^\circ \text{K} / \text{W}$$

$$R_{CA} = 0,0245 - \frac{0,03}{3} = 0,0145^\circ \text{K} / \text{W}$$

En pratique, il convient de prendre une marge de sécurité de l'ordre de 20 à 25% pour palier les variations des paramètres pris en compte pour estimer les pertes. Il faut donc choisir un radiateur ayant une résistance thermique de l'ordre de 0,011 °/W.

B4.7 La température du radiateur vaut : $50+0,0145 \times 4073=109^{\circ}\text{C}$

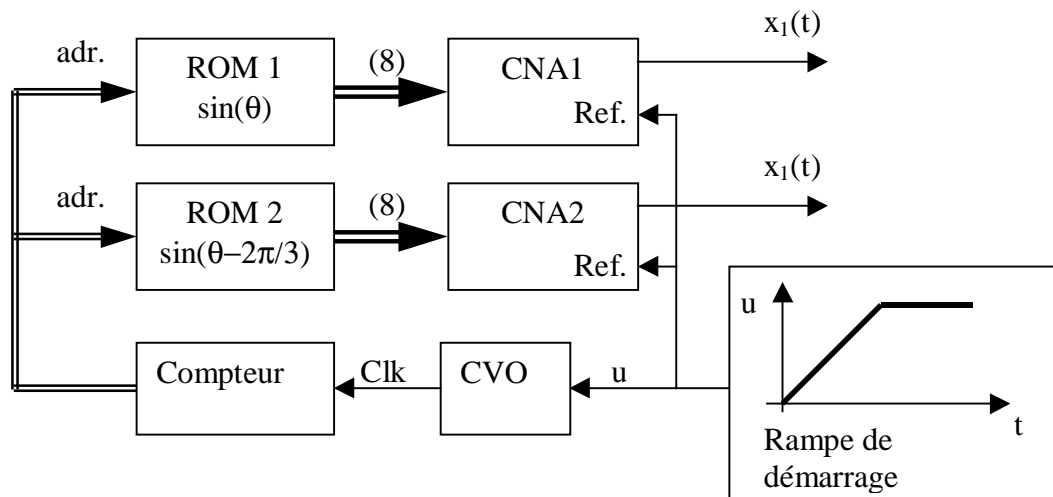
B4.8 Fonctions du circuit de commande rapprochée :

- transmettre le signal de commande de l'IGBT en assurant l'isolement (photocoupleur),
- produire une tension V_{GS} possédant des fronts raides conformes aux spécifications du constructeur (driver à faible impédance interne capable de fournir un courant de pointe élevé, câblage court),
- alimenter l'ensemble en assurant une isolation galvanique correcte (transformateur avec écran, condensateur de découplage non inductifs).

B4.9 Avec cet onduleur, on peut démarrer la machine en travaillant à V/f constant.

B4.10 Le schéma synoptique présenté permet de faire varier en même temps la tension et la fréquence des signaux de référence x_1 et x_2 pour assurer le démarrage. L'ensemble peut être implanté sur un micro-contrôleur.

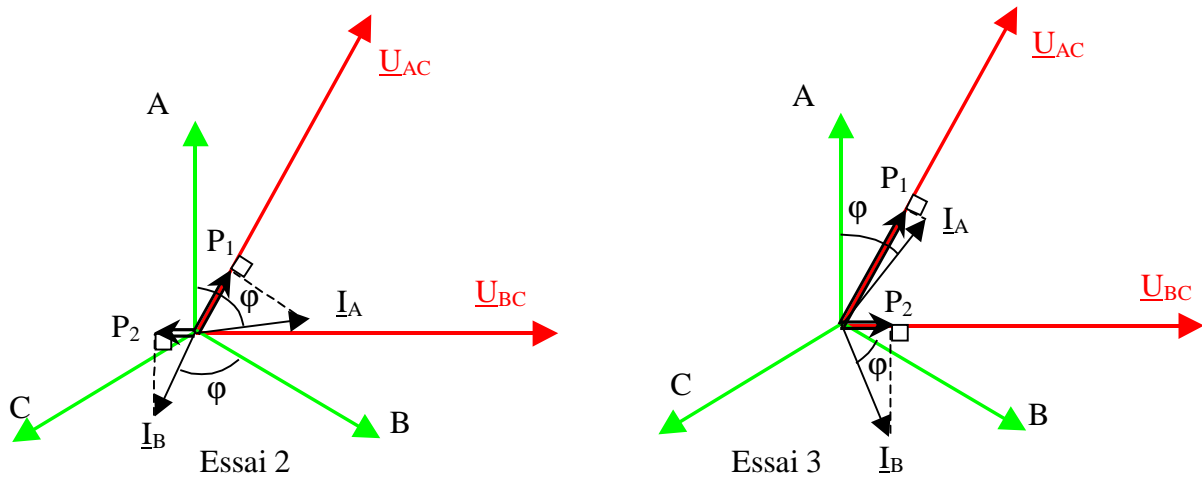
Pour contrôler la puissance, il faut continuer à agir sur la puissance mécanique qui entre dans la système en agissant sur l'orientation des pales (question B2.13).



Partie C

C1.1	$P=P_1+P_2$	$Q = \sqrt{3}(P_1 - P_2)$		
Essai 2 :	$P=8500 \text{ W}$	$Q=121417 \text{ VAR}$	$\cos\varphi=0,07$	$\varphi=86^\circ$
Essai 3 :	$P=281800 \text{ W}$	$Q=183944 \text{ VAR}$	$\cos\varphi=0,837$	$\varphi=33^\circ$

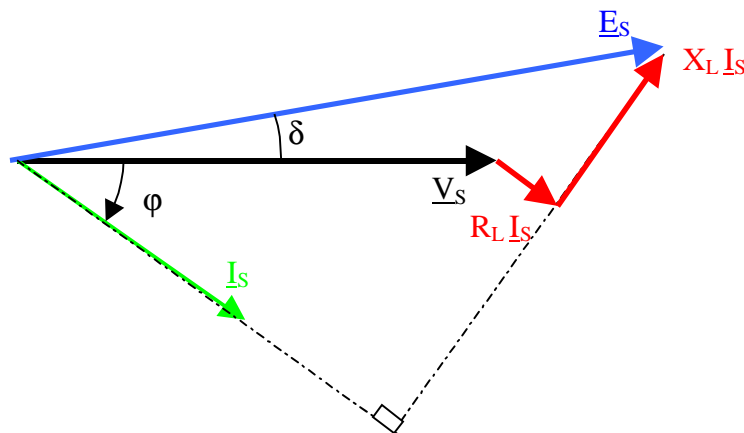
C1.2 P_1 et P_2 sont les projections des courants \underline{I}_A et \underline{I}_B sur les tensions composées \underline{U}_{AC} et \underline{U}_{BC} multipliées par les valeurs efficaces des tensions composées.



C1.3 Il est possible de supprimer la ligne « tension » ($V=S/3I$) ou la ligne « courant » ($I=S/3V$). Essai 2 : $S=121714 \text{ VA}$, $I=177,01\text{A}$. Essai 3 : $S=336521$, $I=507,3\text{A}$.

C1.4 Le fait de n'utiliser qu'un seul wattmètre, associé à un commutateur de courant, limite les erreurs lors de l'opération de calcul de Q qui fait intervenir une différence. Le Transformateur d'intensité est indispensable pour arriver au niveau de courant souhaité. L'utilisation du commutateur permet de déconnecter les appareils de mesure pendant le régime transitoire de démarrage.

C1.5
$$\underline{E}_S = \underline{V}_S + R_L \underline{I}_S + jX_L \underline{I}_S$$



C1.6
$$E_S = \sqrt{(V_S + R_L I_S \cos \varphi + X_L I_S \sin \varphi)^2 + (-R_L I_S \sin \varphi + X_L I_S \cos \varphi)^2}$$

C1.7 Si V_S est grand par rapport à $R_L I_S$ et $X_L I_S$, l'angle δ est faible et les projections sur l'axe perpendiculaire à V_S peuvent être négligées.

$$E_S \approx V_S + R_L I_S \cos \varphi + X_L I_S \sin \varphi$$

C1.8 Les essais 2 et 3 donnent un système de deux équations à deux inconnues :

$$E_S - V_S = R_L I_S \cos \varphi + X_L I_S \sin \varphi$$

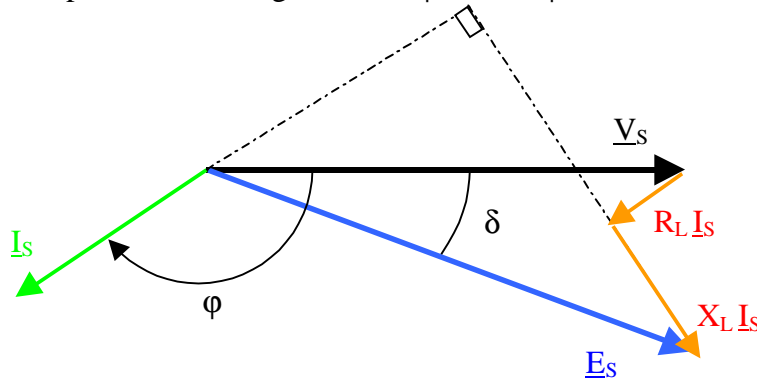
$$\begin{cases} 407/\sqrt{3} - 397/\sqrt{3} = R_L \cdot 12,39 + X_L \cdot 176,57 \\ 407/\sqrt{3} - 383/\sqrt{3} = R_L \cdot 424,4 + X_L \cdot 276,13 \end{cases}$$

C1.9 La résolution de ce système donne : $R_L=11,9\text{m}\Omega$ et $X_L=31,8\text{m}\Omega$

C1.10 $S_{CC}=3 E_S I_{CC}$ $I_{CC}=6920 \text{ A}$ $S_{CC}=4,88 \text{ MVA}$ $\cos \varphi_{CC}=0,35$

C1.11 Les mesures effectuées donnent des résultats valables au point de mesure et à l'instant de la mesure. L'impédance interne du réseau dépend des charges branchées sur ce réseau donc des autres utilisateurs. L'ajout d'une batterie de condensateurs augmente la puissance de court-circuit.

C2.1 Le diagramme est le même que celui de la question C1.5 mais l'angle φ devient supérieur à 90° car la puissance est négative : $\cos \varphi = -0,8$ $\varphi = 143^\circ$.



C2.2 Les relations sont les mêmes que celles des questions C1.6 et C1.7 seules les valeurs numériques changent.

C2.3

$$V_S = E_S - R_L I_S \cos \varphi - X_L I_S \sin \varphi$$

$$V_S = 235 - (-4,8) - 9,6 = 230,2\text{V}$$

Question C2.4

$V_{SF}=230V$, $g=-0,1\%$, $I'_{RF}=45,98A$

	P (W)	Q (VAR)	S (VA)	
$R'_{R/g}, X'$	-31712	824,5		
R_{μ}, X_{μ}	8352,6	122077		
Total 1	-23359	122901	125101	$I_{SF}=181,3 A$
R_L, X_L	1183	3155		
Total 2	-22176	126056	127992	$E_{SF}=235,32 V$

Retour aux valeurs réelles pour $E_S=235V$

$$V_S = \frac{235}{235,32} \times 230 = 229,69V$$

$$I_S = \frac{235}{235,3} \times 181,3 = 181,06A$$

$$P = \left(\frac{235}{235,32} \right)^2 \times (-22176) = -22116W \quad Q = \left(\frac{235}{235,32} \right)^2 \times 126056 = 125713VAR$$

Question C2.5

$V_{SF}=230V$, $g=-1\%$, $I'_{RF}=445,2A$

	P (W)	Q (VAR)	S (VA)	
$R'_{R/g}, X'$	-297302	77299		
R_{μ}, X_{μ}	8352,6	122077		
Total 1	-288950	199376	351059	$I_{SF}=508,8 A$
R_L, X_L	9319	24850		
Total 2	-279631	224226	358428	$E_{SF}=234,83 V$

Retour aux valeurs réelles pour $E_S=235 V$

$$V_S = \frac{235}{234,83} \times 230 = 230,16V$$

$$I_S = \frac{235}{234,82} \times 508,8 = 509,17V$$

P et Q sont pratiquement inchangés.

C2.6 $\Delta V_{S_{MAX}} \approx -0,5V$ en génératrice hypersynchrone

$\Delta V_{S_{MAX}} \approx R_L I_S \cos \varphi + X_L I_S \sin \varphi = 14,4V$ en moteur asynchrone

En génératrice les variations de tension sont plus faibles car la chute de tension dans R_L compense en partie celle due à X_L . La puissance active est « fournie » alors que la puissance réactive est « consommée ».

C2.7 Une batterie de condensateur en supplément modifie la puissance réactive consommée par la charge

Total 1 : $Q=202888-150000=52888 VAR$ $S=307046 VA$ $I_{SF}=445 A$

Ligne : $P=7129 W$ $Q=19010 VAR$

Total 2 : $P=-295328 W$ $Q=71898 VAR$ $S=303954 VA$ $E_{SF}=227,7 V$

Le retour aux valeurs réelles donne :

$$V_S = \frac{235}{227,7} \times 230 = 237,4V$$

Partie D

D.1 La loi de Laplace, appliquée à l'élément de courant $Rd\lambda$, donne :

$$dF = B_M \sin(\omega t - p\lambda) \cdot J_{LM} \sin(\omega t - p\lambda - \varphi) Rd\lambda \cdot L$$

D.2 Force totale sur toute la circonférence :

$$F = \int_0^{2\pi} dF = B_M J_{LM} R L \int_0^{2\pi} \sin(\omega t - p\lambda) \sin(\omega t - p\lambda - \varphi) d\lambda = \pi B_M J_{LM} R L \cos \varphi$$

Le couple des forces électromagnétiques vaut : $C_E = F \cdot R$

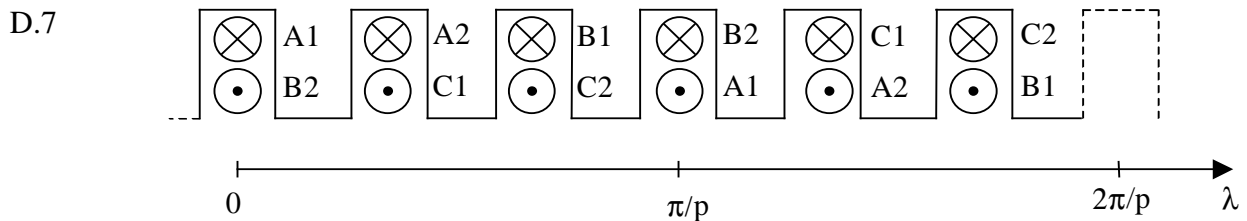
D.3 $P = C_E \frac{\omega}{p} = \frac{\pi}{p} \omega B_M J_{LM} R^2 L \cos \varphi$

D.4 $J_{Leff} = \frac{7 \times 25 \times 0,8 \times 5}{14 \cdot 10^{-3}} = 50 \text{ kA/m}$ $J_{LM} = \sqrt{2} J_{Leff} = 70,71 \text{ kA/m}$

D.5 Nombre total d'encoches : 6 encoches par paire de pôles de qui donne 420 encoches au total. Compte tenu de la figure D3, la circonférence interne du rotor vaut $420 \times 14 = 5880 \text{ mm}$.

$$R = \frac{5880}{2\pi} = 935,8 \text{ mm}$$

D.6 $L = \frac{P p}{\pi R^2 \omega B_M J_{LM} \cos \varphi} = 0,613 \text{ m}$



D.8 Flux embrassé par une section :

$$\phi(t) = \int_0^{\pi/p} b(\lambda, t) R d\lambda L = B_M R L \int_0^{\pi/p} \sin(\omega t - p\lambda) d\lambda = -2 B_M R L \frac{1}{p} \cos(\omega t)$$

D.9 FEM induite dans une spire de la section $e = \frac{d\phi}{dt} = 2 B_M R L \frac{1}{p} \omega \sin(\omega t)$

$$V_1 = \frac{2}{\sqrt{2}} B_M R L \frac{1}{p} \omega = 2,66 \text{ V}$$

D.10 Les deux sections, connectées en série, sont décalées de $\pi/3$. Les tensions se combinent selon le diagramme vectoriel ci contre.

$$V_S = 2NV_1 \cos(\pi/6)$$

$$N = \frac{V_S}{2V_1 \cos(\pi/6)} = 49,9$$

soit 50 spires par section.

