université de technologie
Belfort-Montbéliard

Lundi 14 Avril 2003

Date :

U.V : MQ 22

Semestre : AUTOMNE ○ **PRINTEMPS** ●

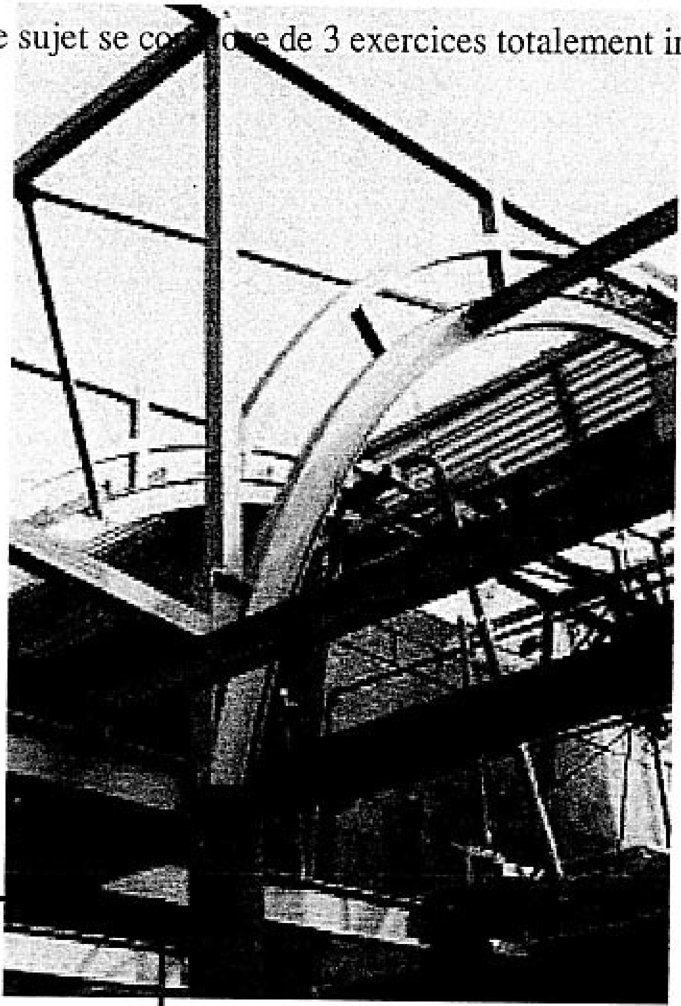
Examen : Médian ● Final ○

NOM : ______ **Prénom :** ______ **Né(e) le :** ______

DEPARTEMENT :

NIVEAU : ______ **FILIERE :** ______

Le sujet se compose de 3 exercices totalement indépendants.



Signature :

N'omettez pas
de signer votre copie

Durée de l'épreuve : 2 heures
Calculatrice autorisée

Exercice n° 1

Soit un repère orthonormé direct $[O; (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})]$.

On considère dans ce repère, où les longueurs sont exprimées en m et les efforts en kN, les efforts $\vec{F}_i$ associés aux points A_i tels que :

$\vec{F}_1 = 30\vec{x}$ $\qquad$ $\overrightarrow{OA}_1 = 2\vec{x} + 2\vec{z}$

$\vec{F}_2 = -50\vec{z}$ $\qquad$ $\overrightarrow{OA}_2 = 2\vec{x}$

$\vec{F}_3 = 10\vec{z}$ $\qquad$ $\overrightarrow{OA}_3 = 2\vec{x} + 2\vec{y}$

$\vec{F}_4 = -F\sin(\theta)\vec{x} + F\cos(\theta)\vec{z}$ $\qquad$ $\overrightarrow{OA}_4 = 2\vec{y} + 2\vec{z}$

Etude du torseur $\{\tau\} = \{\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4\}$

1 - Calculer les éléments de réduction en O du torseur $\{\tau\}$

$\vec{s}\{\tau\} =$

1

$\vec{M}_O\{\tau\} =$

1,5

2 - Calculer l'invariant scalaire I de $\{\tau\}$

I =

1

3- On souhaite que le torseur $\{\tau\}$ soit un torseur couple.

31- Condition à satisfaire

0,5

32- Calculer F, sin(θ) et cos(θ)

1

1

1

F = kN

sin(θ) =

cos(θ) =

33- Calculer le moment résultant de ce torseur

$\vec{M}_O\{\tau\}$ =

0,5

4 - On donne $\theta = \pi/4$. On souhaite que le torseur $\{\tau\}$ soit un torseur à résultante.

41- Condition à satisfaire

1

42- Calculer F pour que $\{\tau\}$ soit un torseur à résultante

F = kN

0,5

43- Calculer les éléments de réduction de $\{\tau\}$

$\vec{s}\{\tau\}$ =

$\vec{M}_O\{\tau\}$ =

0,5

0,5

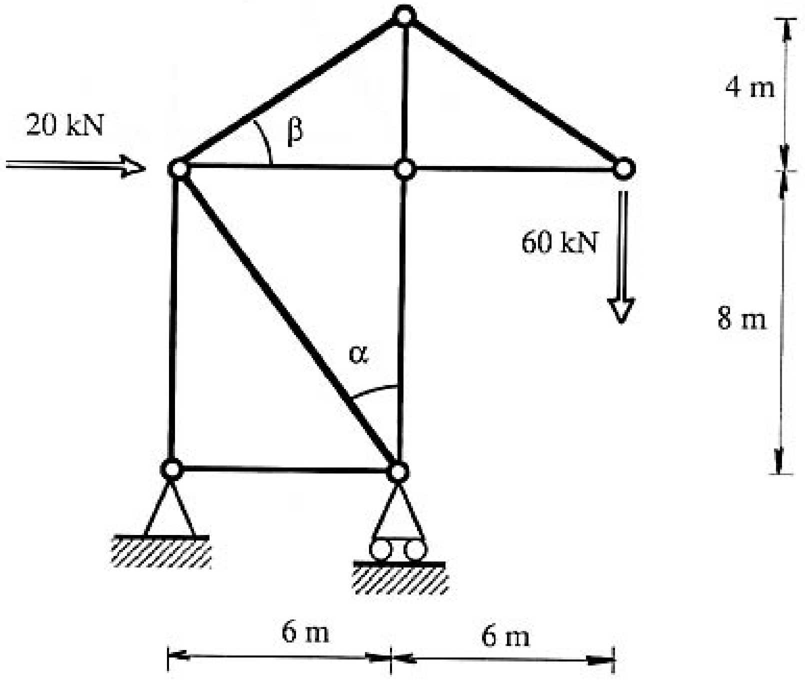
Exercice n°2

On considère le treillis plan avec porte-à-faux représenté ci-dessous.

Hypothèses et notations :

- les articulations sont sans frottement
- le poids propre des éléments est négligeable devant le chargement appliqué
- on note N_i les efforts normaux dans les barres avec :

$N_i > 0$ (traction) et $N_i < 0$ (compression)



1- Calculer les lignes trigonométriques des angles α et β.

tan α =

sin α =

cos α =

tan β =

sin β =

cos β =

0,5

0,5

0,5

0,5

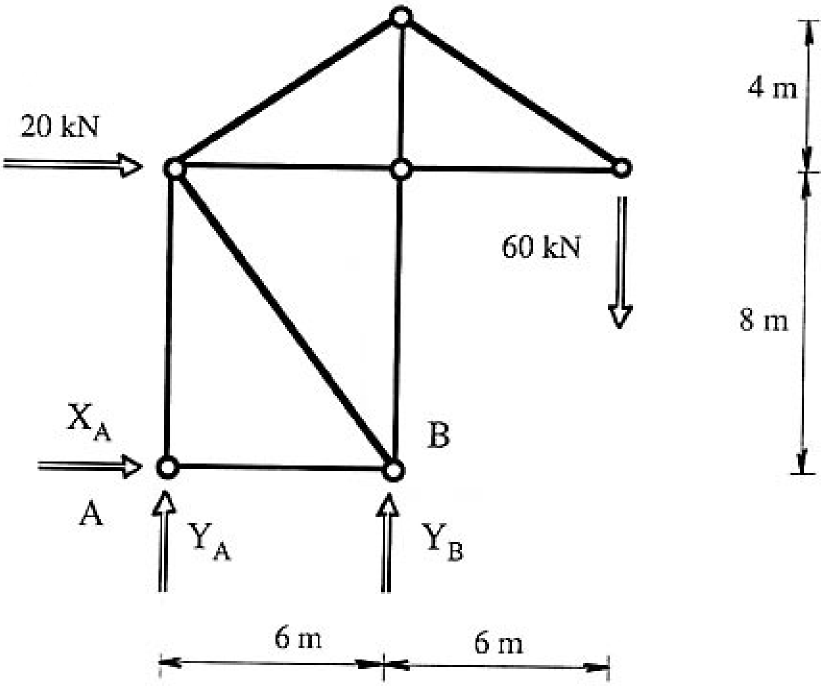
0,5

0,5

2- Calculer les actions de liaison avec le sol en A et en B

On notera :

$\{\text{Sol} \rightarrow \text{Trellis}\} = {}_A\{X_A\,\overrightarrow{x} + Y_A\,\overrightarrow{y};\ \overrightarrow{0}\}$ et $\{\text{Sol} \rightarrow \text{Treillis}\} = {}_B\,\{Y_B\,\overrightarrow{y};\ \overrightarrow{0}\}$



Ecrire les trois équations d'équilibre du treillis.
On écrira l'équation de moment au **point A**

= 0 | 0,5

= 0 | 0,5

= 0 | 0,5

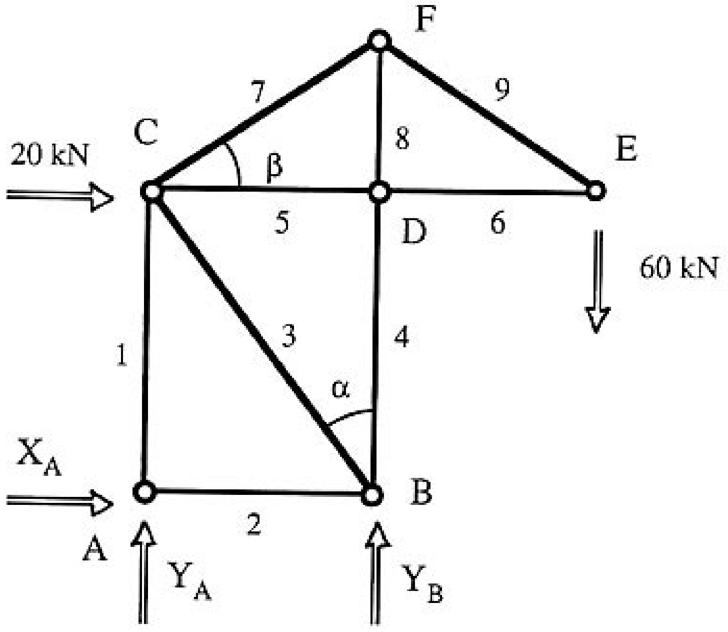
X_A = kN

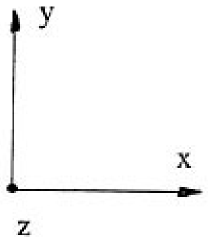
Y_A = kN

Y_B = kN

1,5

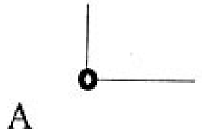
3- Calculer les actions dans les barres **par équilibre des noeuds.**





On projetera les équations d'équilibre des noeuds dans la base (x, y, z)

Equations d'équilibre du noeud (A)

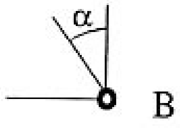


0,5

= 0 0,5

= 0 0,5

Equations d'équilibre du noeud (B)

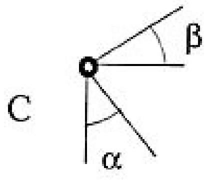


0,5

= 0 0,5

= 0 0,5

Equations d'équilibre du noeud (C)

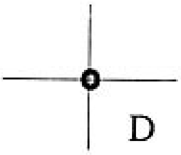


0,5

= 0 0,5

= 0 0,5

Equations d'équilibre du noeud (D)

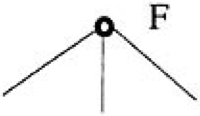


0,5

= 0 0,5

= 0 0,5

Equations d'équilibre du noeud (F)



0,5

= 0 0,5

Calculer les efforts N_i et indiquer si la barre est en traction ou compression

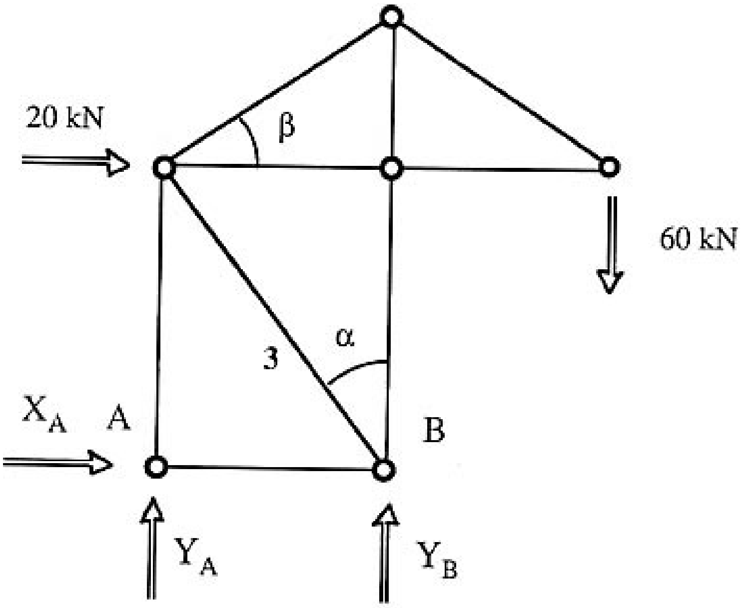
N_1 =	kN	T C	N_2 =	kN	T C	N_3 =	kN	T C	1,5
N_4 =	kN	T C	N_5 =	kN	T C	N_6 =	kN	T C	1,5
N_7 =	kN	T C	N_8 =	kN	T C	N_9 =	kN	T C	1,5

4- Calculer les actions dans les barres par **équilibre d'une partie du treillis.**

Pour chaque question :

- Dessiner sur la figure la coupure retenue pour le calcul
- Surligner les barres de l'ensemble ainsi isolé
- Préciser l'équation de la statique utilisée
- Ecrire cette équation
- Calculer l'effort N_i

41- Calcul de l'effort N_3 dans la barre 3

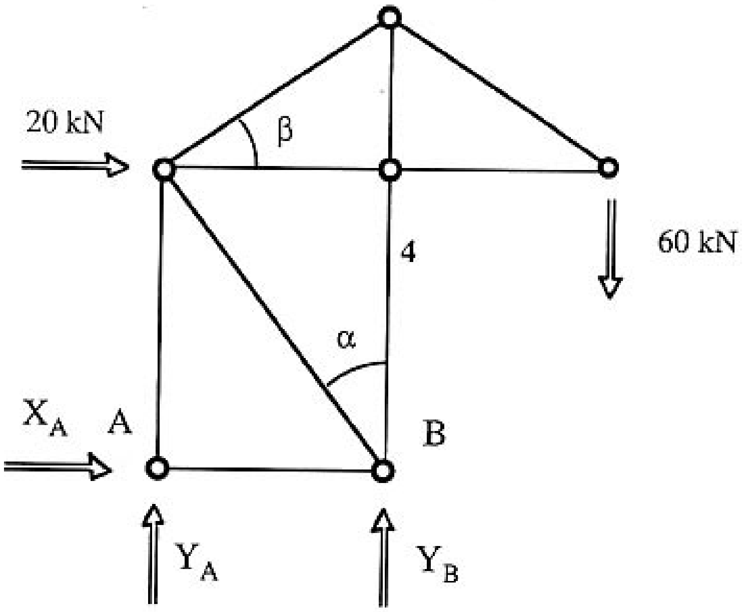


Equation utilisée 0,5

= 0 0,5

$N_3 =$ kN T C 0,5

42- Calcul de l'effort N_4 dans la barre 4



Equation utilisée 0,5

= 0 0,5

$N_4 =$ kN T C 0,5

Exercice n°3

On se propose d'étudier la structure plane représentée ci-dessous.

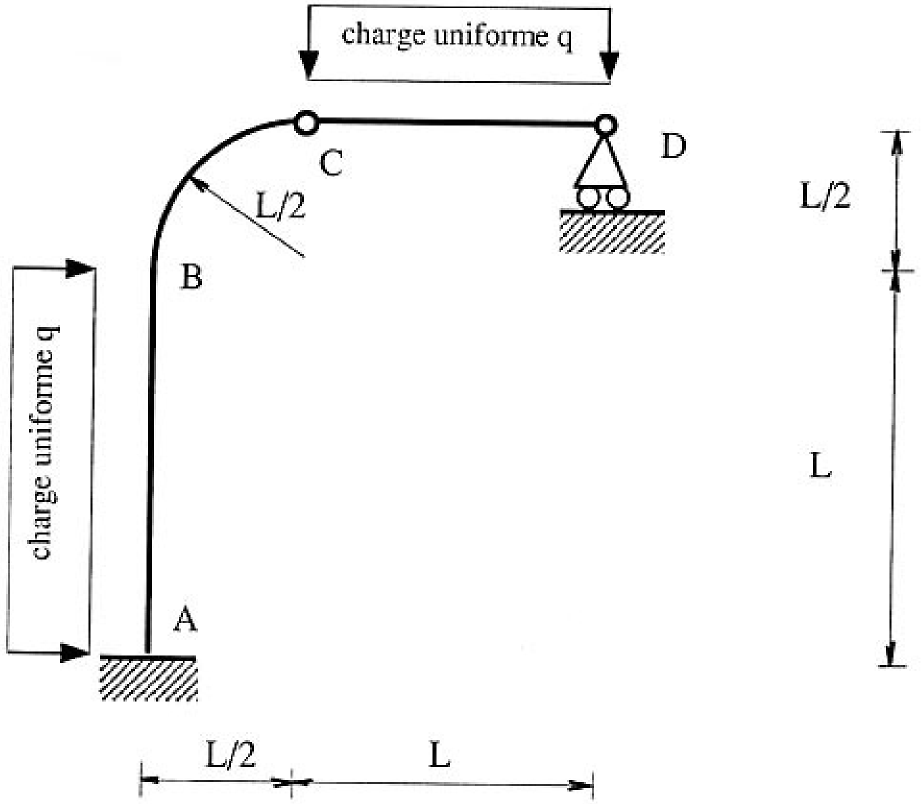
Elle est constituée de deux poutres (ABC) et (CD).

La poutre (ABC) est composée d'une partie rectiligne (AB) de longueur L et d'une partie circulaire (BC) de rayon L/2. Elle est encastrée en A avec le bâti.

La poutre (CD) est rectiligne de longueur L. Elle est articulée en C avec la poutre (ABC) et en appui simple en D avec le bâti.

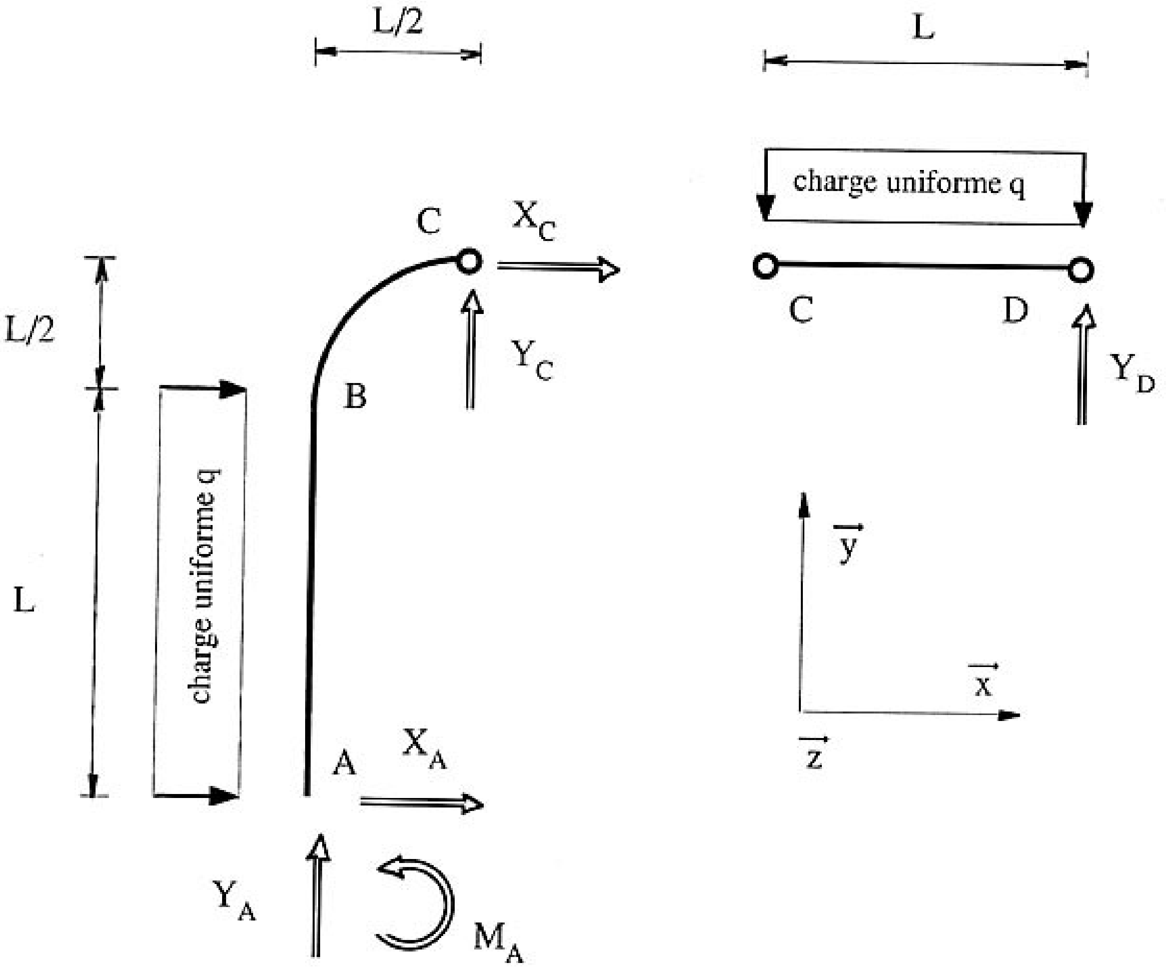
La poutre (ABC) est soumise à une charge uniforme q horizontale agissant sur (AB).
La poutre (CD) est soumise à une charge uniforme q verticale.
On n'envisage pas d'autre charge appliquée sur cette structure.

Toutes les liaisons sont parfaites.



1- Actions de liaisons

11- Compléter les schémas ci-dessous, traduisant l'équilibre de chacun des deux solides de la structure, en précisant les actions de liaisons.



0,5

12- Equilibre du solide (ABC)
Ecrire les trois équations d'équilibre du solide (ABC).
On écrira l'équation de moment au point A.

= 0

= 0

= 0

0,5

0,5

0,5

13- Equilibre du solide (CD)
Ecrire les trois équations d'équilibre du solide (CD).
On écrira l'équation de moment au point C.

= 0 0,5

= 0 0,5

= 0 0,5

14- Calcul des composantes des actions de liaisons
Calculer littéralement puis numériquement les composantes des actions de liaisons
Avec : L = 4 m et q = 2500 N/m

X_A = = kN
Y_A = = kN
M_A = = kNm

Littéral Numérique

X_C = = kN 0,5
Y_C = = kN 0,5
Y_D = = kN 0,5

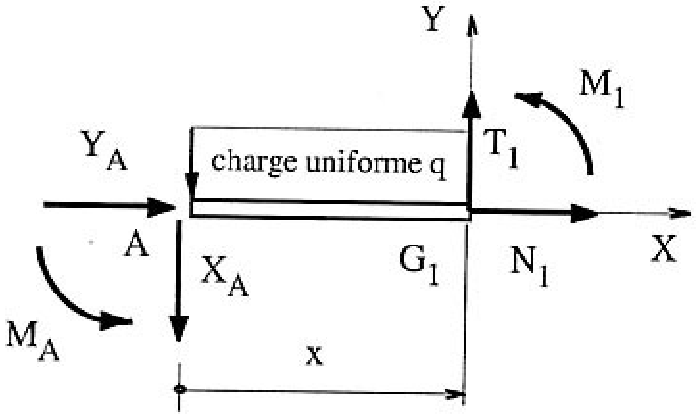
Littéral Numérique

0,5
0,5
0,5

2- Torseur des forces de cohésion dans la poutre (ABC)

On effectue deux séries de coupures : (C_1) entre A et B et (C_2) entre B et C. Calculer littéralement puis numériquement l'effort normal N_i, l'effort tranchant T_i et le moment fléchissant M_i en G_i (centre de la section droite de la poutre) :

- En G_1, tel que $\overrightarrow{AG}_1 = x\,\overrightarrow{X}$ avec ($0 \leq x \leq L$)



Littéral

$N_1 =$ 0,5

$T_1 =$ 0,5

$M_1 =$ 0,5

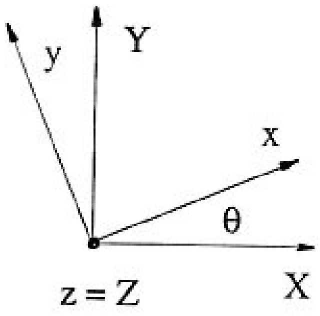
Numérique

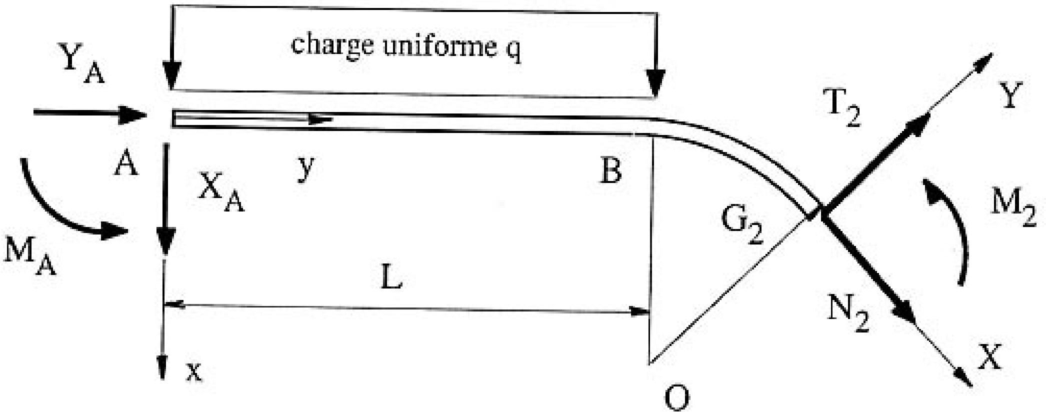
$N_1 =$ kN 0,5

$T_1 =$ kN 0,5

$M_1 =$ kN.m 0,5

- En G_2, tel que $-\pi/2 \leq \theta \leq 0$





Littéral

N_2 = 0,5

T_2 = 0,5

M_2 = 0,5

Numérique

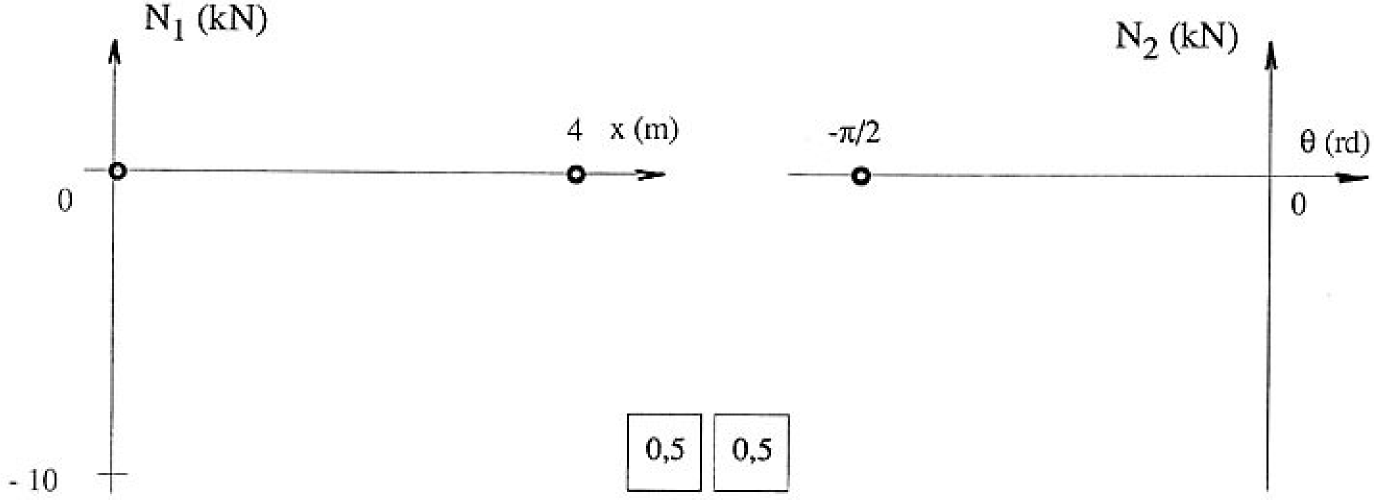
N_2 = kN

T_2 = kN 0,5

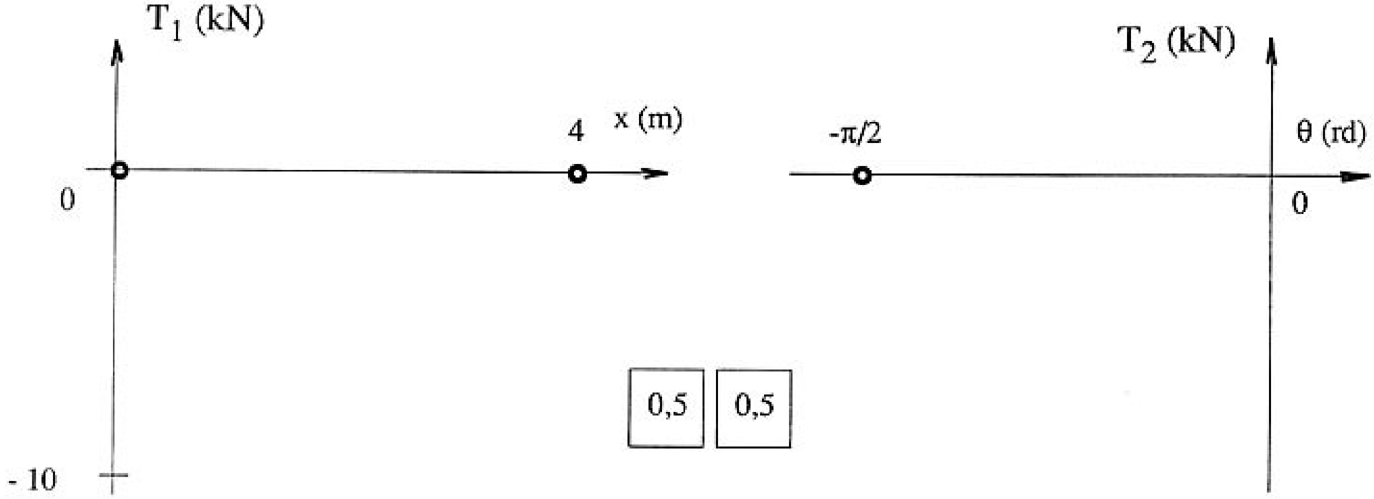
M_2 = kN.m 0,5

0,5

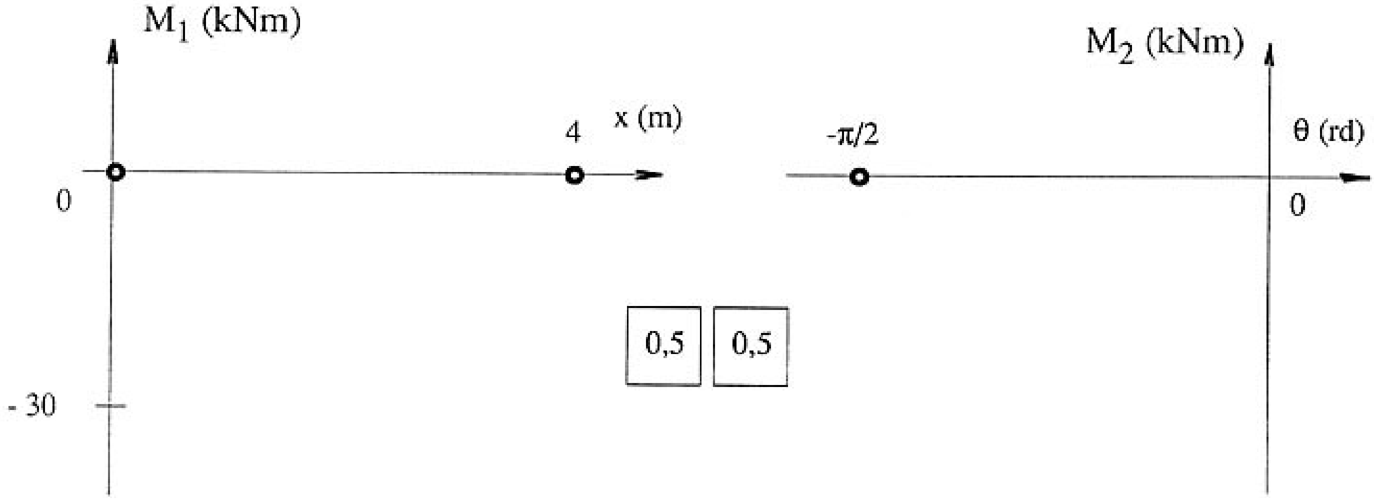
Tracer les diagrammes de l'effort normal N, de l'effort tranchant T et du moment fléchissant M



0,5 0,5



0,5 0,5

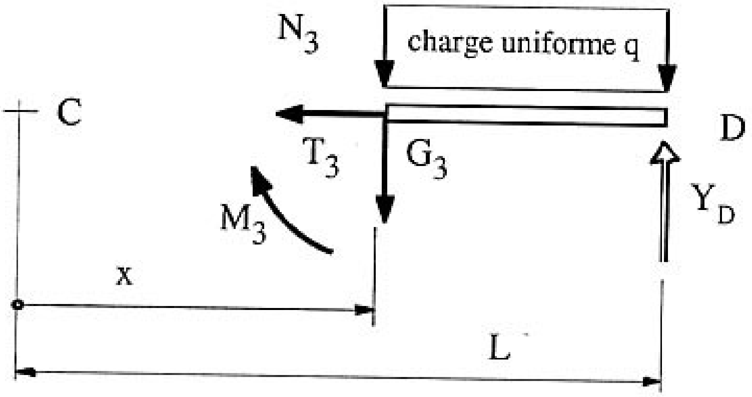


0,5 0,5

3- Torseur des forces de cohésion dans la poutre (CD)

On effectue une coupure (C_3) entre C et D.
Calculer littéralement puis numériquement l'effort normal N_3, l'effort tranchant T_3 et le moment fléchissant M_3 en G_3 (centre de la section droite de la poutre) :

- En G_3, tel que $\overrightarrow{CG}_3 = x\,\overrightarrow{X}$ avec $(0 \leq x \leq L)$



Littéral

$N_3 =$ 0,5

$T_3 =$ 0,5

$M_3 =$ 0,5

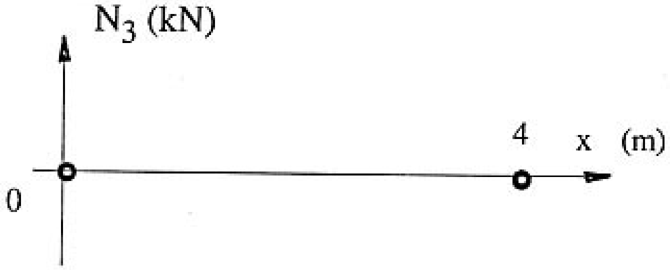
Numérique

$N_3 =$ kN 0,5

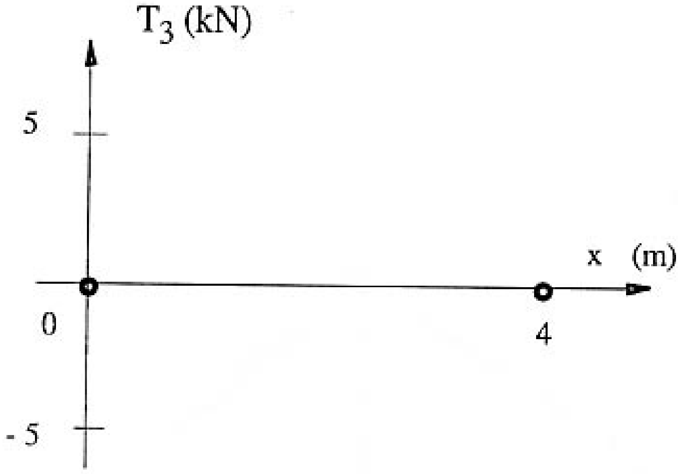
$T_3 =$ kN 0,5

$M_3 =$ kN.m 0,5

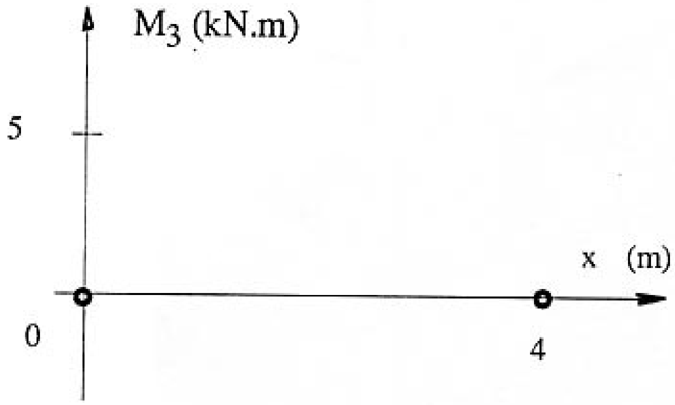
Tracer les diagrammes de l'effort normal N_3, de l'effort tranchant T_3 et du moment fléchissant M_3



0,5



0,5



0,5