

EXAMEN FINAL (2h), calculette et formulaire autorisés.

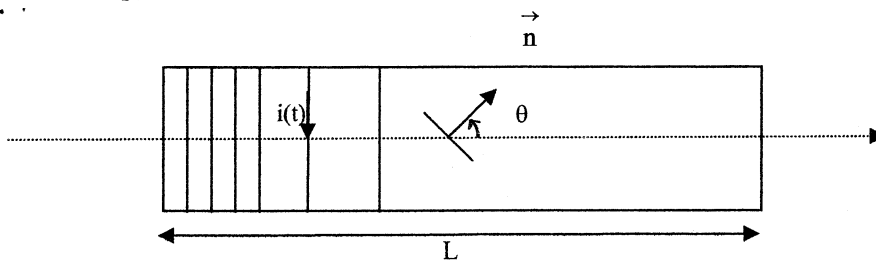
Questions de cours:

- Définir très clairement le coefficient de mutuelle induction entre deux circuits électriques.
- Donner les propriétés fondamentales du champ électromagnétique d'une onde plane progressive.
- Qu'appelle-t-on polarisation d'une onde électromagnétique ?

Exercice n°1 : On rappelle que le champ magnétique créé par un solénoïde quasi infini de longueur L , comportant N spires et traversé par un courant $i(t)$ est quasiment uniforme à l'intérieur du solénoïde et s'écrit: $\vec{B}(t) = \mu_0 \frac{N}{L} i(t) \vec{u}$, \vec{u} étant un vecteur unitaire de l'axe du solénoïde convenablement orienté par le courant $i(t)$.

On considère un tel solénoïde, de section circulaire de rayon a . A l'intérieur de ce solénoïde, on place une spire de rayon $b < a$ dont le centre est sur l'axe du solénoïde et dont la normale fait un angle θ avec l'axe (voir figure).

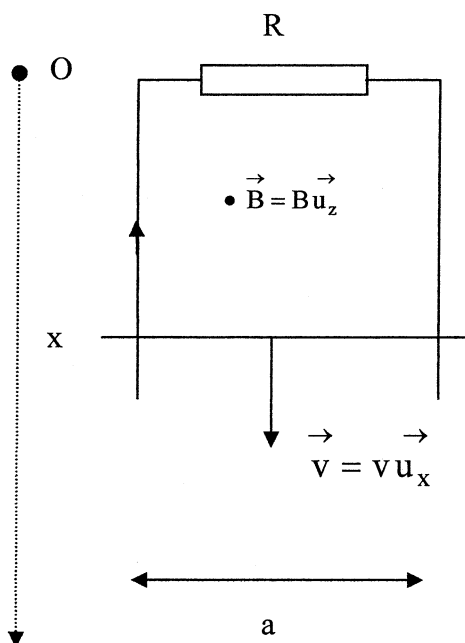
1. En respectant la règle du bonhomme d'Ampère, placer sur la figure, la direction et le sens du champ magnétique si le courant $i(t)$ est positif.
2. En déduire le flux magnétique envoyé par le solénoïde à travers la petite spire en fonction de μ_0 , N , L , $i(t)$, b et θ .
3. En déduire le coefficient de mutuelle-induction entre les deux circuits en fonction de μ_0 , N , L , b et θ .
4. On suppose maintenant $\theta = 0$. Le solénoïde est traversé par un courant $i(t) = I_0 \cos wt$. Déterminer la fem induite dans la petite spire en fonction de M , I_0 , w et t . S'agit-il d'induction de Neumann ou de Lorentz ?
5. On branche la petite spire à un voltmètre. Montrer que :
 - a. Si w est connue, la lecture du voltmètre permet de connaître I_0 . Quel « appareil » a-t-on fabriqué ?
 - b. Si I_0 est connue, la lecture du voltmètre permet de connaître w . Quel « appareil » a-t-on fabriqué ?
6. Le solénoïde est maintenant alimenté par un courant $i(t) = I_0 = \text{Cste}$ et la petite spire tourne avec une vitesse angulaire w constante ($\theta = wt$). Déterminer la fem induite dans la petite spire. Quel appareil a-t-on ainsi fabriqué ?



Exercice n°2 : On aimerait savoir si il est possible de freiner un ascenseur en descente grâce à la loi de Lenz et au champ magnétique terrestre. Pour cela on imagine le modèle suivant: l'ascenseur est modélisé par une barre de longueur a , de masse m , de résistance quasi-nulle glissant sur des rails eux aussi de résistance quasi-nulle. L'ensemble forme un circuit vertical fermé sur une résistance R (voir figure). Le tout est placé dans un champ magnétique uniforme, horizontal et constant $\vec{B} = B u_z$ venant vers le lecteur (dans le cas de l'ascenseur, cela pourrait être la composante horizontale du champ magnétique terrestre). On suppose que la barre descend à une vitesse $\vec{v} = v u_x$ en restant horizontale. L'origine O de l'axe Ox (vertical vers le bas) est placée au niveau de la résistance, la position de la barre est donc repérée par l'abscisse x . Le circuit électrique est orienté comme l'indique la figure.

1. Déterminer le flux magnétique Φ à travers le circuit en fonction de B , a et x .

2. En déduire la force électromotrice d'induction en fonction de B , a et v .
3. En déduire le courant induit i en fonction de B , a , v et R en négligeant l'auto-induction.
4. Montrer que la barre est soumise à une force de freinage qu'on exprimera en fonction de B , a , R et v .
5. Comparer la puissance de freinage de cette force avec la puissance Joule mise en jeu dans le circuit et conclure.
6. Déterminer pour quelle valeur de v la force de freinage est juste égale au poids de la barre. On exprimera v en fonction de m , g (accélération de pesanteur), R , B et a .
7. En prenant des valeurs numériques raisonnables pour m (masse de l'ascenseur), a (largeur de l'ascenseur), B (champ magnétique terrestre de l'ordre de 10^{-5} T), montrer que la vitesse atteinte en pratique par l'ascenseur n'est pas raisonnable !
8. On tient maintenant compte de l'auto-induction du circuit (on suppose que le coefficient d'auto-induction du circuit vaut L et est indépendant de la position de la barre). Donner l'équation différentielle permettant de trouver i en fonction de v (équation 1).
9. En écrivant la deuxième loi de Newton (force = masse. accélération) trouver une autre équation différentielle permettant de relier v à i (équation 2).
10. En combinant les équations 1 et 2, trouver alors l'équation différentielle donnant i (ne pas résoudre !).
11. La conclusion trouvée en 8. concernant la vitesse limite atteinte serait-elle modifiée ?



Exercice n°3: On considère une onde électromagnétique plane dont le champ électrique est donné en coordonnées cartésiennes par la formule: $\vec{E} = E_0 \cos[w(t - \frac{z}{c})] \vec{u}_x$. E_0 est une constante, w est la pulsation de l'onde (constante), c la vitesse de la lumière dans le vide et t le temps.

1. La fréquence de cette onde est 105.5 MHz. Déterminer numériquement la période T , la pulsation w et la longueur d'onde λ de cette onde ($c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$)
2. Expliquer ce qu'est une onde plane et montrer que l'expression précédente du champ électrique correspond bien à celui d'une onde plane dont on précisera la direction et le sens de propagation.
3. Déterminer le champ magnétique associé en fonction de E_0 , c , w , z , t et d'un vecteur unitaire.
4. Déterminer le vecteur de Poynting associé en fonction de E_0 , c , w , z , t et d'un vecteur unitaire ainsi que sa valeur moyenne dans le temps. On rappelle que la valeur moyenne de $\cos^2 x$ sur une période vaut $\frac{1}{2}$.
5. Une cellule détectrice placée perpendiculairement à l'onde et de surface $s = 10 \text{ cm}^2$ reçoit une puissance moyenne de 10 mW. Déterminer numériquement E_0 ($\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ SI}$).
6. Comment doit-on placer une antenne filaire (segment métallique) pour détecter le champ électrique ? Justifier clairement votre raisonnement à partir de la loi d'ohm locale.
7. En fait, pour détecter l'onde, on place un cadre carré de côté a dans le plan xOz comme l'indique la figure. Le centre du cadre est à l'abscisse z_0 et les brins verticaux aux abscisses $z_0 - a/2$ et $z_0 + a/2$.

Expliquer pourquoi à un instant t donné, le champ magnétique ne peut pas être considéré comme uniforme sur tout le cadre.

8. On découpe donc le cadre en surfaces élémentaires de hauteur a et de largeur dz (voir figure). On suppose que le vecteur surface associé à cette surface élémentaire vient vers le lecteur. Calculer le flux élémentaire du champ magnétique à travers cette surface.
9. Par intégration, en déduire le flux total à travers tout le cadre ($\sin a - \sin b = 2 \sin\left(\frac{a-b}{2}\right) \cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$)
10. En déduire la fem d'induction prenant naissance dans le cadre.
11. Montrer qu'il existe des valeurs de a pour lesquelles l'amplitude de cette fem est maximale et d'autres pour lesquelles elle est nulle. Donner les valeurs de a correspondantes en fonction de la longueur d'onde λ .
12. Montrer par un développement limité que si $a \ll \lambda$, le champ magnétique peut être considéré comme uniforme sur tout le cadre.

