BACCALAUREAT GENERAL

SESSION 2004

MATHÉMATIQUES

Spécialité

<u>SERIE : ES</u>

DUREE DE L'EPREUVE : 3 heures - COEFFICIENT : 7

Ce sujet comporte 7 pages dont 2 feuilles ANNEXES 1 et 2.

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Le candidat doit traiter les quatre exercices.
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Les feuilles ANNEXES 1 et 2 sont à rendre avec la copie.

Tournez la page S.V.P

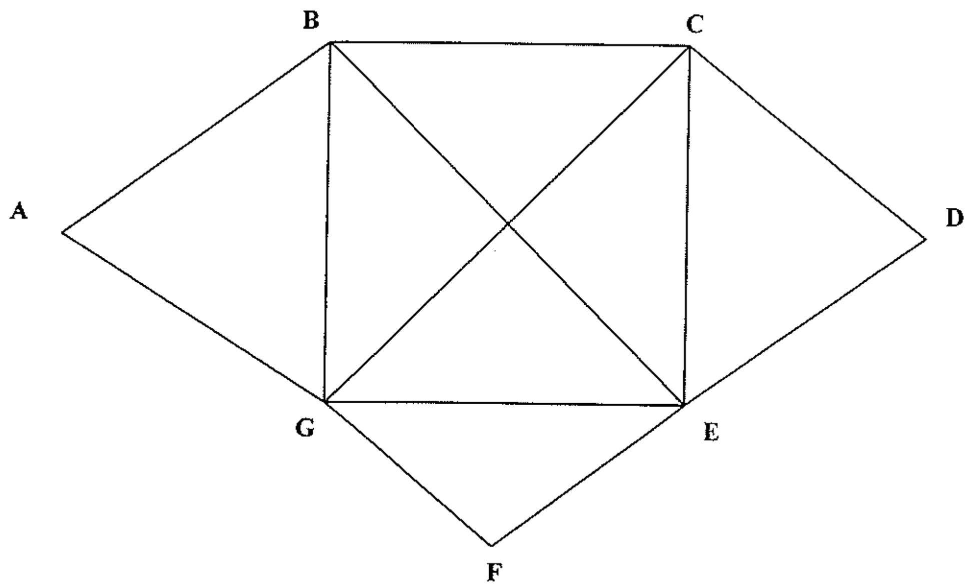
EXERCICE 1 (*5 points*)
Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions ci-dessous, une seule des réponses proposées est exacte. On demande de cocher cette réponse sur la **feuille ANNEXE 1 (à rendre avec la copie).**
Une bonne réponse rapporte 0,5 point. Une mauvaise réponse enlève 0,25 point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.
Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.

QUESTIONS	**RÉPONSES (à porter sur la feuille ANNEXE 1)**
Pour les trois premières questions, A et B sont des événements associés à une expérience aléatoire.	
1) Si B est l'événement contraire de A, alors	• $p(A)=1+p(B)$ • $p(A)=1-p(B)$ • $p(A)=p(B)$
2) Si A et B sont deux événements indépendants et $p(A)\neq 0$, alors	• $A\cap B=\varnothing$ • $p(A\cup B)=p(A).p(B)$ • $p_A(B)=p(B)$
3) Si A et B sont deux événements incompatibles alors	• $p(A\cup B)=p(A)+p(B)$ • $p(A)=1-p(B)$ • $p(A\cap B)=1$
4) Soit a un nombre réel strictement positif. $\lim\limits_{x\to-\infty}\ln(-ax+5)=$	• $-\infty$ • 0 • $+\infty$
5) La représentation graphique de la fonction logarithme népérien admet	• une asymptote verticale • une asymptote horizontale • une tangente horizontale
6) $e^{\ln x}=x$ pour tout x appartenant à	• **R** • $]0\,;+\infty[$ • $[0\,;+\infty[$
7) Soit un réel a. $\ln\left(e^a\right)-2e+\ln(1)=$	• e^a-2e+e • e^a-2e • $a-2e$
8) Soient a et b des réels strictement positifs. $e^{\ln a}+e^{-\ln b}=$	• $-ab$ • $a-b$ • $\dfrac{ab+1}{b}$
9) Une primitive de la fonction logarithme népérien sur $]0\,;+\infty[$ est :	• $x\mapsto\dfrac{1}{\ln x}$ • $x\mapsto x\times\ln x-x+3$ • $x\mapsto\ln\left(\dfrac{1}{x}\right)-2$
10) Pour tout réel x strictement inférieur à 1, $\ln(1-x)>1$ est équivalent à :	• $x<1$ • $x<1-e$ • $x>e$

EXERCICE 2 (*5 points*)
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Le graphe ci-dessous indique, sans respecter d'échelle, les parcours possibles entre les sept bâtiments d'une entreprise importante.



Un agent de sécurité effectue régulièrement des rondes de surveillance. Ses temps de parcours en minutes entre deux bâtiments sont les suivants :

AB : 16 minutes ; AG : 12 minutes ; BC : 8 minutes ; BE : 12 minutes ;
BG : 8 minutes ; CD : 7 minutes ; CE : 4 minutes ; CG : 10 minutes ;
DE : 2 minutes ; EF : 8 minutes ; EG : 15 minutes ; FG : 8 minutes.

Sur chaque arête, les temps de parcours sont indépendants du sens de parcours.

1) En justifiant la réponse, montrer qu'il est possible que l'agent de sécurité passe une fois et une seule par tous les chemins de cette usine. Donner un exemple de trajet.

2) L'agent de sécurité peut-il revenir à son point de départ après avoir parcouru une fois et une seule tous les chemins ? Justifier la réponse.

3) Tous les matins, l'agent de sécurité part du bâtiment A et se rend au bâtiment D.
En utilisant un algorithme que l'on explicitera, déterminer le chemin qu'il doit suivre pour que son temps de parcours soit le plus court possible, et donner ce temps de parcours.

EXERCICE 3 (*5 points*)
Commun à tous les candidats

On considère la courbe donnée en **ANNEXE 2**, représentative d'une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $\mathrm{I} =]0\,;21]$.
L'**ANNEXE 2** est à rendre avec la copie.

La droite tracée sur le graphique est tangente à la courbe au point d'abscisse 1 et passe par l'origine.
On prendra 7,4 comme valeur approchée du réel de l'intervalle I pour lequel g atteint son maximum.

1) On note g' la fonction dérivée de la fonction g sur l'intervalle I.
Utiliser le graphique pour donner les valeurs de $g(1)$ et $g'(1)$.
(Aucune justification n'est demandée).

2) Résoudre graphiquement dans l'intervalle I les trois inéquations ci-dessous (les valeurs lues sur le graphique seront données à 10^{-1} près).
Aucune justification n'est demandée, mais pour l'inéquation (3) les éléments graphiques utiles seront portés sur la courbe de l'**ANNEXE 2** :

$$(1) : g(x) \geq 0$$
$$(2) : g'(x) \geq 0$$
$$(3) : g(x) < x.$$

3) On admet que pour tout x de l'intervalle I, $g(x) = -4 + ax(3 - b\ln x)$ où a et b sont deux nombres réels. On veut calculer a et b.

a. Montrer que pour tout x élément de l'intervalle I :

$$g'(x) = a[3 - b(1 + \ln x)].$$

Exposer le détail des calculs.

b. À l'aide des valeurs de $g(1)$ et $g'(1)$ obtenues à la question **1)**, calculer a et b.

EXERCICE 4 (*5 points*)
Commun à tous les candidats

La subvention accordée par une entreprise à son club sportif était de 3000 € pour l'année 1998.
Depuis 1998, l'évolution de la subvention en pourcentage d'une année à l'autre est celle décrite dans le tableau ci-dessous :

Année	1999	2000	2001	2002	2003
Evolution en pourcentage	+ 17 %	+ 15 %	+ 10 %	+ 9 %	+ 6 %

Par exemple, le taux d'évolution de la subvention de 2000 *à* 2001 *est de* 10 %.

1) **a.** Calculer, pour chacune des années, le montant de la subvention attribuée (en euros). Les résultats seront arrondis à l'unité.

b. Le responsable sportif se plaint d'une diminution continuelle des subventions depuis l'année 1999. Quelle confusion fait-il ?

2) On admet que le montant de la subvention en 2003 est de 5130 €.

a. Calculer le pourcentage de diminution ou d'augmentation de la subvention de 1998 à 2003.

b. Si le taux d'évolution de la subvention d'une année à l'autre était fixe et égal à t %, quelle serait la valeur de t arrondie à 10^{-3} près qui donnerait la même augmentation de la subvention entre 1998 et 2003 ?

c. Avec ce même taux d'évolution t, quelle serait la subvention, arrondie à l'unité, en 2004 ?

ANNEXE 1
Exercice 1
À rendre avec la copie

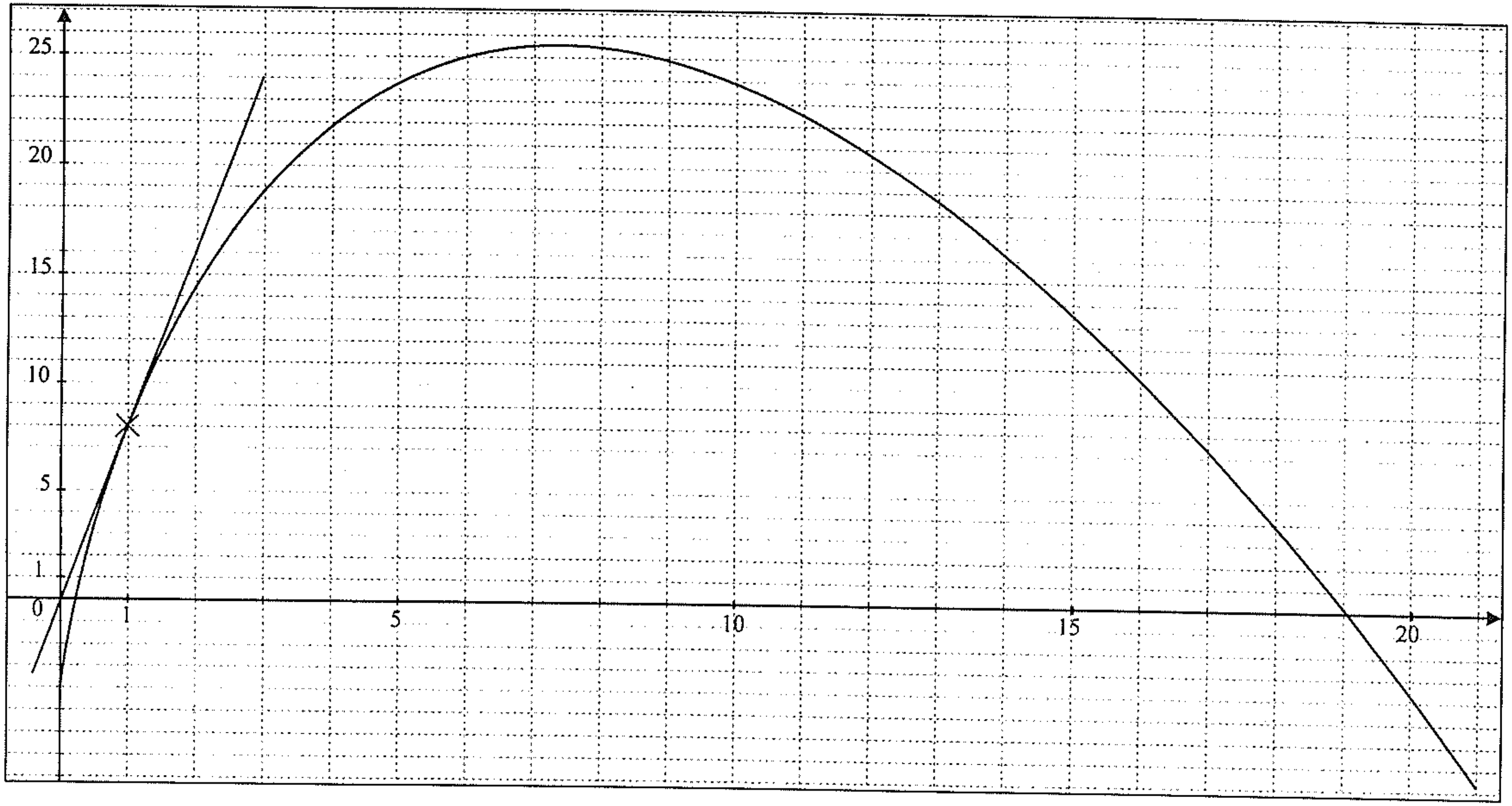
Pour chacune des questions ci-dessous, une seule des réponses proposées est exacte. On demande de cocher cette réponse.

Une bonne réponse rapporte 0,5 point. Une mauvaise réponse enlève 0,25 point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.

Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.

QUESTIONS	RÉPONSES
Pour les trois premières questions, A et B sont des événements associés à une expérience aléatoire.	
1) Si B est l'événement contraire de A, alors	☐ $p(A)=1+p(B)$ ☐ $p(A)=1-p(B)$ ☐ $p(A)=p(B)$
2) Si A et B sont deux événements indépendants et $p(A)\neq 0$, alors	☐ $A\cap B=\varnothing$ ☐ $p(A\cup B)=p(A).p(B)$ ☐ $p_A(B)=p(B)$
3) Si A et B sont deux événements incompatibles alors	☐ $p(A\cup B)=p(A)+p(B)$ ☐ $p(A)=1-p(B)$ ☐ $p(A\cap B)=1$
4) Soit a un nombre réel strictement positif. $\lim\limits_{x\to-\infty}\ln(-ax+5)=$	☐ $-\infty$ ☐ 0 ☐ $+\infty$
5) La représentation graphique de la fonction logarithme népérien admet	☐ une asymptote verticale ☐ une asymptote horizontale ☐ une tangente horizontale
6) $e^{\ln x}=x$ pour tout x appartenant à	☐ **R** ☐ $]0\,;+\infty[$ ☐ $[0\,;+\infty[$
7) Soit un réel a. $\ln\left(e^{a}\right)-2e+\ln(1)=$	☐ $e^{a}-2e+e$ ☐ $e^{a}-2e$ ☐ $a-2e$
8) Soient a et b des réels strictement positifs. $e^{\ln a}+e^{-\ln b}=$	☐ $-ab$ ☐ $a-b$ ☐ $\dfrac{ab+1}{b}$
9) Une primitive de la fonction logarithme népérien sur $]0\,;+\infty[$ est :	☐ $x\mapsto\dfrac{1}{\ln x}$ ☐ $x\mapsto x\times\ln x-x+3$ ☐ $x\mapsto\ln\left(\dfrac{1}{x}\right)-2$
10) Pour tout réel x strictement inférieur à 1, $\ln(1-x)>1$ est équivalent à :	☐ $x<1$ ☐ $x<1-e$ ☐ $x>e$

ANNEXE 2
Exercice 3
À rendre avec la copie



CORRIGE

Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

	BACCALAUREAT GENERAL	
Série	ES	SESSION 2004
Epreuve	MATHEMATIQUES	Durée : 3h
Coef : 5 (obligatoire) 7 (Spécialité)	RECOMMANDATIONS DE CORRECTION	

Question	Réponse	Points	Commmentaires
	Exercice 1 (5 points) **Commun à tous les candidats** Réponses à cocher :		
1)	$p(A)=1-p(B)$		+ 0,5 point par bonne réponse. - 0,25 point par mauvaise réponse.
2)	$p_A(B)=p(B)$		
3)	$p(A\cup B)=p(A)+p(B)$		
4)	$+\infty$		
5)	une asymptote verticale		
6)	$]0,+\infty[$		
7)	$a-2e$		
8)	$\frac{ab+1}{b}$		
9)	$x\to x\ln(x)-x+3$		
10)	$x<1-e$		

Question	Réponse	Points	Commentaires
	Exercice 2 **(5 points)** **Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité**		
1) a.	• $y_Q = \frac{5}{2}x_Q$. Donc : $Q \in \Delta$. • $f(2) = 5$. Donc : $Q \in \Gamma$. • $f(0) = e^2$. Donc Γ coupe l'axe des ordonnées en R $(0\,;e^2)$.		
b.	• Aire de OPQ : $5\,u.a.$ • Aire de OQR $= \frac{1}{2} OR \times PQ$ $= e^2\ u.a$ • D'après le graphique : Aire de OPQ $\leq \mathcal{A} \leq$ aire de OQR. Donc : $5 \leq \mathcal{A} \leq e^2$.		- OPQ rectangle en P. - ou la somme des aires de OPQ et PQR.
2) a.	$\mathcal{A} = \int_0^2 f(x)dx - 5.$ (car f est positive sur [0,2]).		- On acceptera $\int_0^2 \left(f(x) - \frac{5}{2}x\right)dx.$
b.	$G'(x) = f(x)$ G est une primitive de f sur **R**.		
c.	$\mathcal{A} = G(2) - G(0) - 5 = 3e^2 - 16\ \ u.a.$ $\mathcal{A} \simeq 6{,}17\ u.a.$ (arrondi à 10^{-2}).		

Question	Réponse	Points	Commmentaires
	<u>Exercice 2 (5 points)</u> **Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité**		
1)	Il est possible que l'agent passe une et une seule fois par tous les chemins car le graphe est connexe et deux seulement de ses sommets sont de degré impair. Le graphe admet donc une chaîne eulerienne. Exemple de trajet : G – A – B – G – C – B – E – C – D – E – F – G – E		
2)	Non, car le graphe comporte des sommets de degré impair donc n'admet pas de cycle eulerien.		
3)	On explicite, par exemple, l'algorithme de Dijkstra à l'aide d'un tableau. On obtient le chemin : A $\rightarrow$ G $\rightarrow$ C $\rightarrow$ E $\rightarrow$ D Temps de parcours correspondant : 28 mn.		

Question	Réponse	Points	Commmentaires
	Exercice 3 (5 points) **Commun à tous les candidats**		
1)	$g(1)=8$; $g'(1)=8$.		
2)	$S_{(1)}=[0{,}2\ ;\ 19]$. $S_{(2)}=]0\ ;\ 7{,}4]$. $S_{(3)}=]0\ ;\ 0{,}2[\ \cup\ ]14{,}6\ ;\ 21]$. Les valeurs 0,2 , 19 et 14,6 sont lues à 10^{-1} près. On acceptera un écart de 10^{-1}.		
3) a)	Calcul de $g'(x)$.		
b)	On résout le système $\begin{cases} 8=-4+3a \\ 8=a(3-b) \end{cases}$ Réponse : $a=4$ et $b=1$.		

Question	Réponse	Points	Commmentaires
	Exercice 4 (5 points) **Commun à tous les candidats**		
1) a.	Subvention en 1999 : 3510 euros en 2000 : 4037 euros en 2001 : 4440 euros en 2002 : 4840 euros en 2003 : 5130 euros On acceptera : 3510, 4036, 4441, 4841, 5131. Ces valeurs résultent d'arrondis intermédiaires.		
b.	Il confond le taux d'évolution de la subvention d'une année à l'autre, qui diminue, et le montant de la subvention annuelle, qui augmente.		
2) a.	71 %.		
b.	On cherche t tel que : $(1+\frac{t}{100})^5 = 1,71$ On trouve $t \approx 11,327$. (On peut déduire la valeur de $1+\frac{t}{100}$ de celle de $(1+\frac{t}{100})^5$ ou utiliser la fonction ln.)		
c.	5711 euros.		