

EXAMEN FINAL

Exercice 1 : A l'entrée d'une station de métro un marchand de journaux remarque qu'en moyenne, entre 8h et 9h, une personne sur 10 achète un journal.

1. Sachant qu'il passe 400 personnes entre 8h et 9h indiquez la loi de probabilité de X , nombre de journaux vendus pendant cette période.
2. Donner l'espérance et la variance de X .
3. Par quelle loi de probabilité peut-on approximer la loi de X ? Utilisez cette approximation pour calculer :
 $P(X \geq 45)$ $P(35 \leq X < 45)$ $P(29 \leq X < 52)$

Exercice 2 : Soient X et Y 2 v.a. indépendantes de densités exponentielle de paramètres respectifs α et β $\alpha \neq \beta$.
 Calculez la densité de $X+Y$. Retrouver un résultat classique lorsque $\alpha = \beta$.

Exercice 3 : (U_1, \dots, U_n) sont n v.a. indépendantes de loi $U[0,1]$.
 $X_1 = \inf_i U_i$ $X_n = \sup_i U_i$. On rappelle que la densité conjointe $f_{X_1, X_n}(x_1, x_n) = n(n-1)(x_n - x_1)^{n-2}$ si $0 \leq x_1 \leq x_n \leq 1$
 $= 0$ sinon.

On pose $Z = X_n - X_1$. Calculez la densité du couple (X_1, Z) . En déduire la densité de Z . Calculez $E[Z]$ et $\text{var } Z$.

Exercice 4 X_1, X_2, X_3 sont les coordonnées du vecteur vitesse d'une molécule de gaz. On suppose que X_1, X_2, X_3 sont indépendantes de même loi $N(0, \sigma^2)$. On note $Y = (X_1^2 + X_2^2 + X_3^2)^{1/2}$. Que représente Y . Donner la loi de Y^2 , $E[Y^2]$, $\text{var } Y^2$.
 Calculer $f_Y(y)$. (On dit que Y possède une loi de Maxwell.)