

## IN41 – Final P2004

Sans documents, calculatrice autorisée

Durée 2h

Barème indicatif

### 1. Echantillonnage (6)

On considère un signal  $x(t)$ , échantillonné à la fréquence  $F_e$ .

1. Donnez l'expression mathématique d'un signal échantillonné idéal  $x_e(t)$  (échantillonnage idéal sur une durée infinie)
2. Donnez les expressions mathématiques de sa transformée de Fourier  $X_e(f)$
3. Quelles sont les différences entre  $X(f)$ , spectre du signal  $x(t)$ , et  $X_e(f)$
4. Même question mais cette fois-ci, on ne dispose que de  $N$  échantillons du signal pour effectuer le calcul de la transformée de Fourier de  $X_e(f)$

### 2. Filtre RII (7)

L'équation de récurrence d'un filtre numérique d'entrée  $e(n)$  et de sortie  $s(n)$  est:

$$s(n) = e(n) + \frac{1}{2}s(n-1)$$

1. Représenter la réponse impulsionnelle du filtre, on se limitera aux 5 premiers éléments.
2. Calculer sa fonction de transfert en  $z$ .
3. Dédurre de la question précédente l'expression de la réponse impulsionnelle  $\{h_n\}$
4. Après avoir calculé la transformée en  $z$  du signal échelon, donnez la transformée en  $z$  de la réponse indicielle (réponse à un échelon)
5. Donnez les coefficients de la réponse indicielle.

### 3. Etude d'un filtre non récursif (7)

La fréquence d'échantillonnage est de 500 Hz.

Le terme d'indice  $n$  de la séquence numérique à filtrer est :  $x(n) = x_0 + A \sin(2\pi f_0 n T_e)$  avec  $f_0 = 50\text{Hz}$

$$x(n) = x_0 + A \sin(2\pi f_0 n T_e) \text{ avec } F_s = 50\text{Hz}$$

On se propose de ne conserver que la valeur moyenne de  $\{x(n)\}$  en utilisant un filtre moyenneur d'équation de récurrence :

$$y(n) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x(n-i) \text{ avec } N = 128$$

1. Déterminer la fonction de transfert en  $z$   $T(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$
2. Exprimez la réponse fréquentielle du filtre et donnez l'allure de son module.
3. Calculer, en régime permanent, l'expression du terme d'indice  $n$  de la séquence de sortie,  $\{y(n)\}$ .